

# Wykład 5. WARUNKI RÓWNOWAGI STATYCZNEJ (przypomnienie)

## 1. Warunek równowagi sił

wypadkowa wszystkich sił działających na ciało jest równa zero:

wektorowo:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

skalarnie :

(dla składowych siły wypadkowej)  $\sum_i F_{ix} = 0, \quad \sum_i F_{iy} = 0, \quad \sum_i F_{iz} = 0.$

## 2. Warunek równowagi momentów sił - wypadkowa wszystkich momentów sił względem dowolnie wybranej osi jest równa zero:

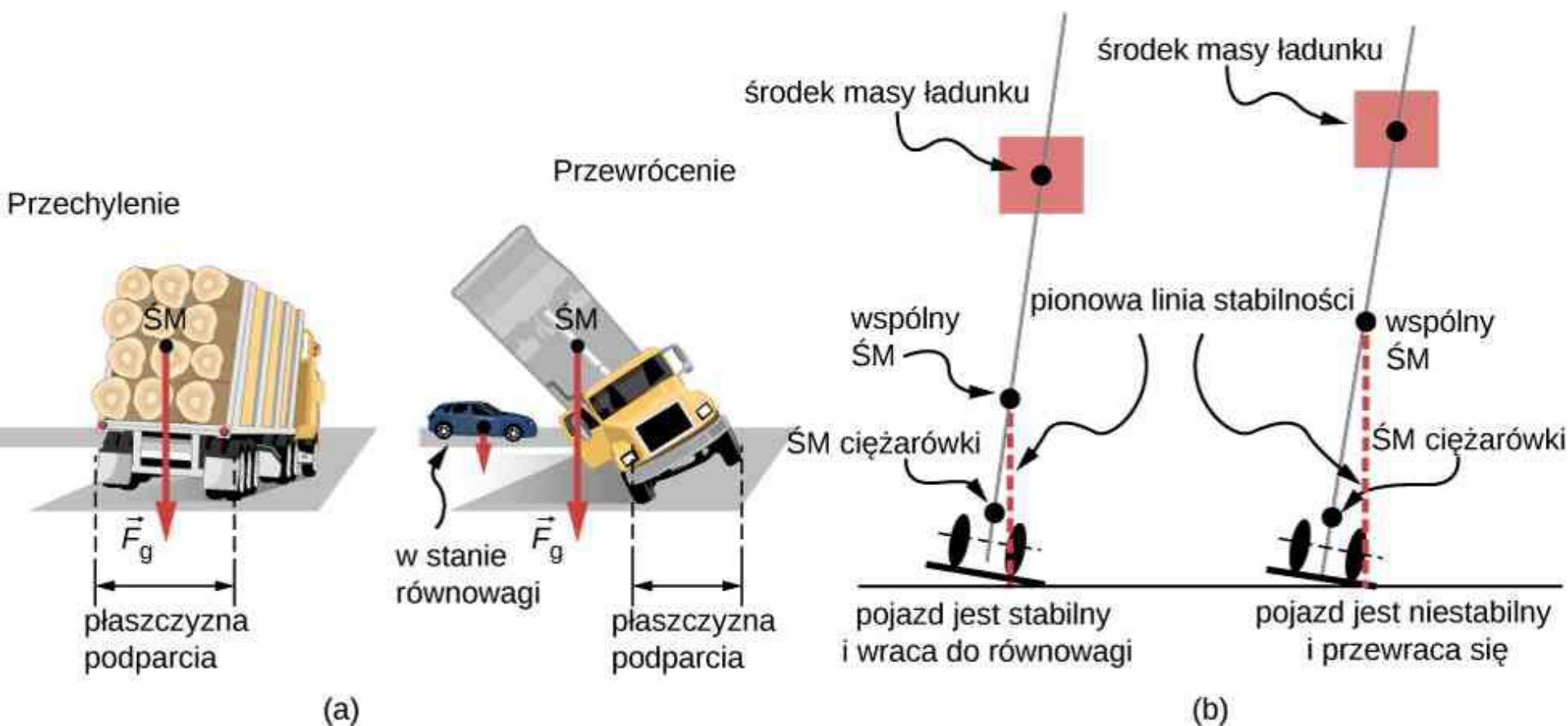
wektorowo:

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0$$

skalarnie :

$$\sum_i M_{ix} = 0, \quad \sum_i M_{iy} = 0, \quad \sum_i M_{iz} = 0.$$

# Równowaga a środek ciężkości



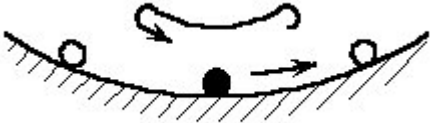
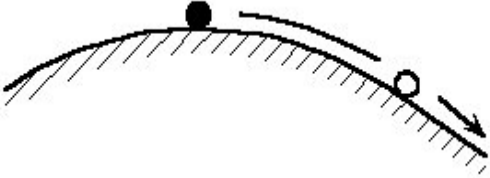

Rys. Na rysunku wektor ciężkości jest przyłożony do środka ciężkości ciała.

Rys. źródło: „Fizyka dla szkół wyższych” S. Ling, J. Sanny, W. Moebis.

**W jednorodnym polu grawitacyjnym środek ciężkości jest identyczny ze środkiem masy.** Dlatego stosujemy pojęcie "środek masy" ( $\dot{S}M$ ) w znaczeniu punktu, w którym przyłożony jest wektor ciężkości.

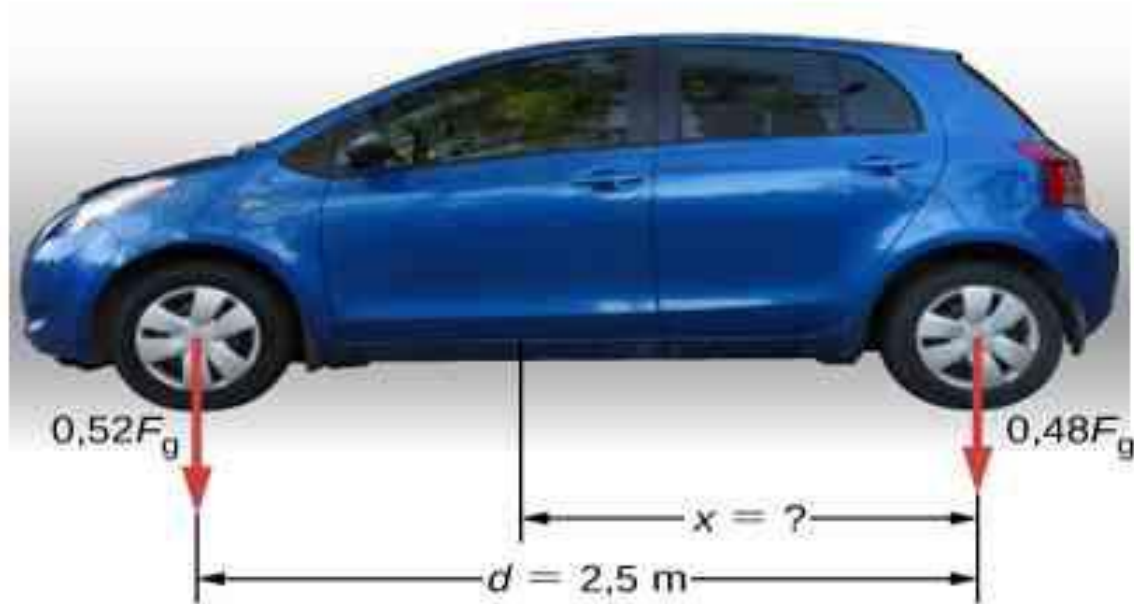
# Rodzaje równowagi

W zależności od położenia środka ciężkości wyróżniamy trzy rodzaje równowagi ciała podpartego ( bądź zawieszzonego ) :

Rodzaje równowagi	Położenie środka ciężkości
trwała 	podnosi się
nieutrwała 	obniża się
obojętna 	pozostaje bez zmiany

## Przykład 2- Środek ciężkości samochodu

Na płaskim podłożu samochód osobowy o rozstawie osi 2,5 m wywiera na przedniej osi nacisk wynoszący 52% ciężaru pojazdu, tak jak pokazano na rysunku. Gdzie jest położony ŚM tego samochodu w stosunku do tylnej osi?



Rys. Rozkład ciężaru między osiami samochodu.

Rys. źródło: „Fizyka dla szkół wyższych S. Ling, J.Sanny, W. Moebis

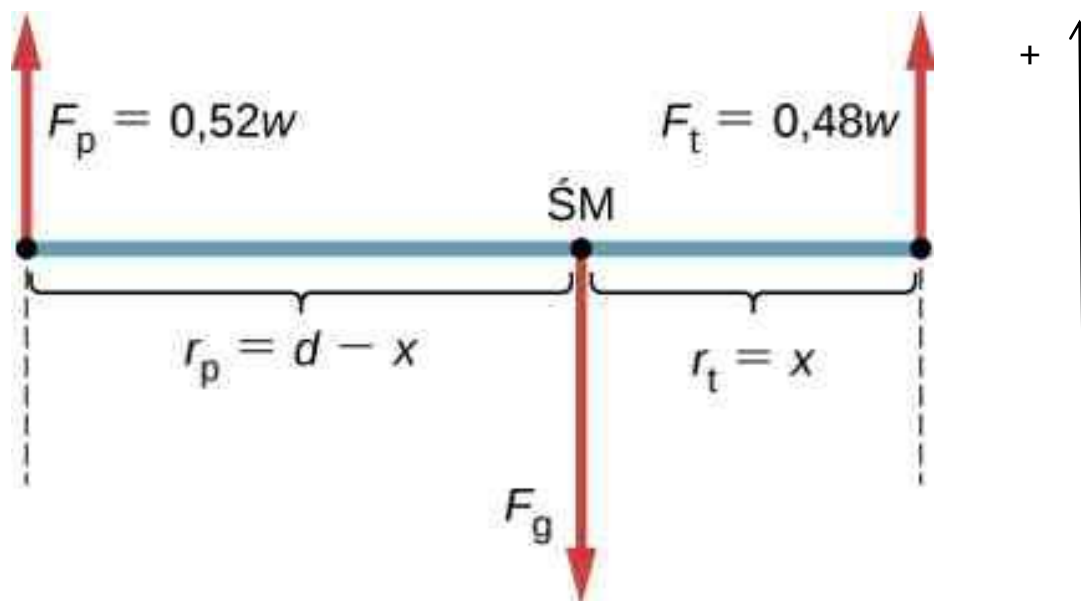
## Przykład 2- Środek ciężkości samochodu -rozwiązanie

Dane:

$$d = 2,5 \text{ m}$$

$$F_p = 0,52 F_g$$

$$F_t = 0,48 F_g$$



Szukane:

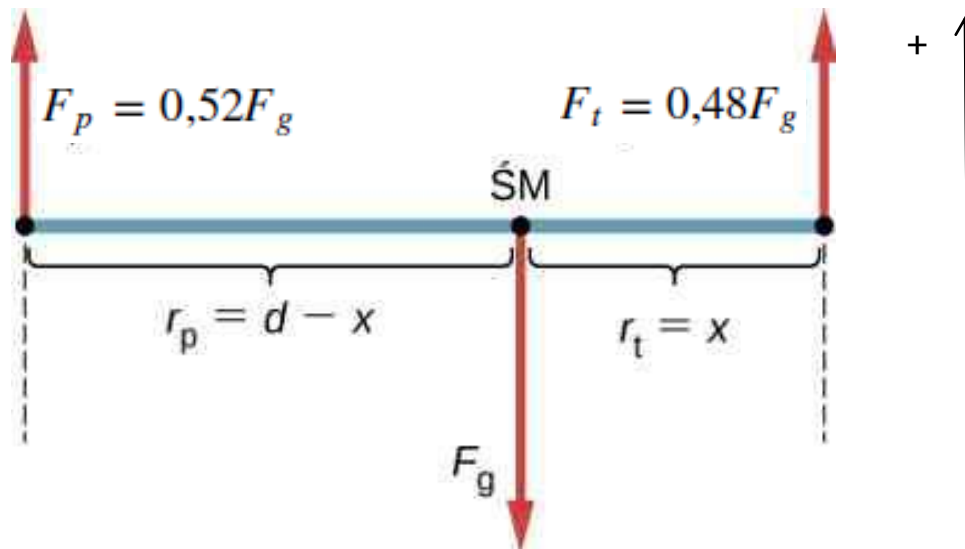
$$x = ?$$

Siły działające na samochód i ich odległości do środka masy ( $\dot{S}M$ ).  $\dot{S}M$  wybiera się jako położenie osi obrotu.

Układ będzie w równowadze:

$$(1) \left\{ \sum_i \vec{F}_i = 0 \right.$$

$$(2) \left\{ \sum_j \vec{M}_{j(A)} = 0 \right.$$



Skalarnie:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} F_p - mg + F_t = 0 \Rightarrow^{(5)} F_t = mg - F_p \\ (4) \quad x \cdot F_t - (d - x) \cdot F_p = 0 \end{array} \right.$$

Podstawiając (5) do (4) wyznaczymy  $x$ :

$$x \cdot (mg - F_p) - (d - x) \cdot F_p = 0$$

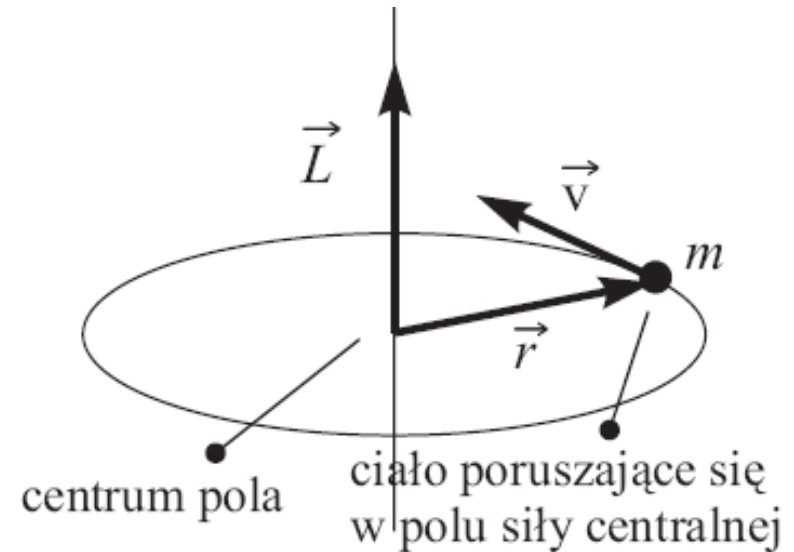
$$x = \frac{d \cdot F_p}{mg} = \frac{d \cdot 0,52mg}{mg} = 0,52d \Rightarrow \underline{x = 1,3m}$$

## □ Moment pędu ( $L$ )- ciało punktowe

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$|\vec{L}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{p}| \cdot \sin \alpha$$

Kierunek wektora momentu pędu jest skierowany wzdłuż osi obrotu, a jego kierunek i zwrot określa reguła prawej dłoni.



$$L = r \cdot p \cdot \sin \alpha = r \cdot m \cdot v \cdot \sin \alpha = r \cdot m \cdot \omega \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \omega = I \cdot \omega$$

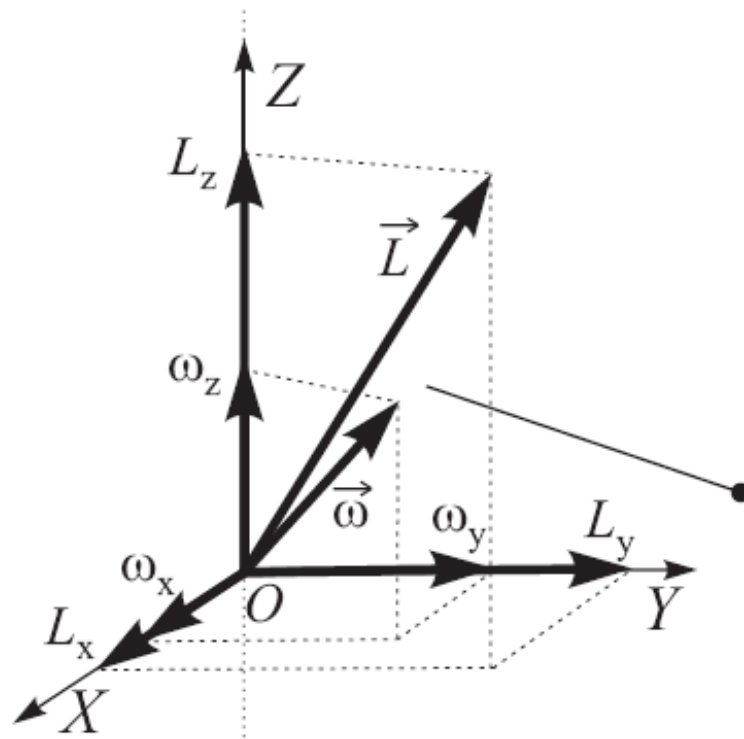
$v_s = \omega \cdot r$

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

**Związek między momentem pędu a prędkością kątową**

➤ Czy wektory momentu pędu i prędkości kątowej bryły sztywnej zawsze są równoległe?

# □ Moment pędu bryły sztywnej



tensor bezwładności

prędkość kąтова (chwilowa)

$$\vec{L} = \hat{I} \vec{\omega}$$

całkowity moment pędu ciała

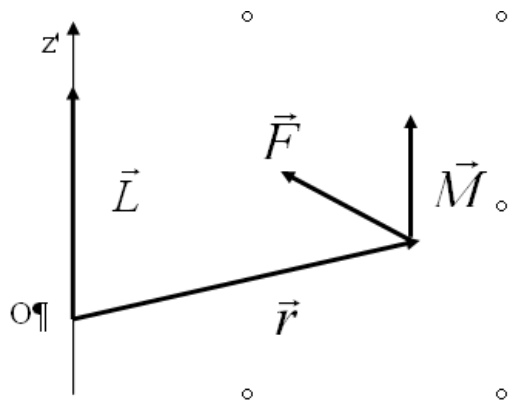
wektor momentu pędu  $\vec{L}$  nie musi być równoległy do wektora prędkości kątowej  $\vec{\omega}$



$$\vec{L} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$



## II UOGÓLNIONA ZASADA DYNAMIKI NEWTONA DLA RUCHU OBROTOWEGO



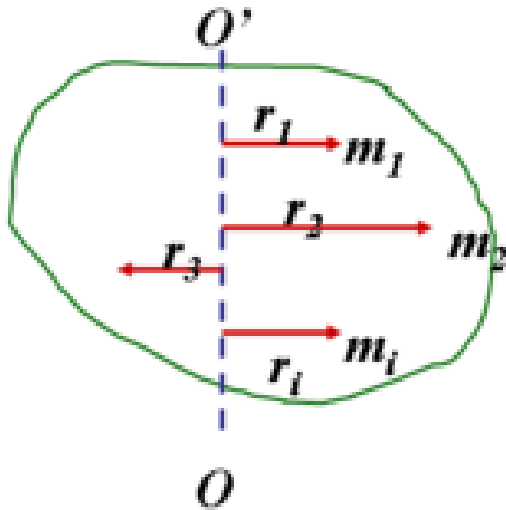
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

**Szybkość zmiany momentu pędu ciała względem nieruchomej osi obrotu równa się wypadkowemu momentowi sił zewnętrznych działających na ciało.**

# ENERGIA KINETYCZNA RUCHU OBROTOWEGO

Punkt materialny:  $E_k = \frac{mv^2}{2}$



Bryła sztywna:

$$E_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \\ = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_i^2 = \frac{I \omega^2}{2}$$

Energia kinetyczna ciała  
w ruchu obrotowym

$$E_K = \frac{I \omega^2}{2}$$

## WNIOSEK:

Aby zwiększyć energię kinetyczną ciała w ruchu obrotowym trzeba nie tylko nadać mu dużą prędkość kątową, ale także uczynić możliwie dużym jego moment bezwładności.

Można to zrealizować zwiększając masę ciała lub poprzez rozmieszczenie masy w możliwie dużej odległości od osi obrotu.

# CAŁKOWITA ENERGIA KINETYCZNA

prędkość środka masy

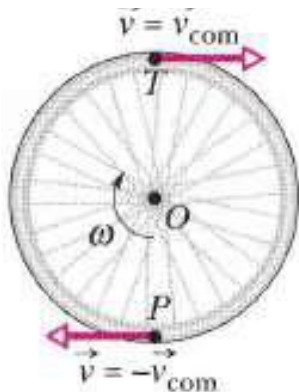
moment bezwładności  
względem osi przechodzącej przez środek masy

$$E_{kC} = \frac{m v_O^2}{2} + \frac{I_O \omega^2}{2}$$

energia kinetyczna  
ruchu postępowego

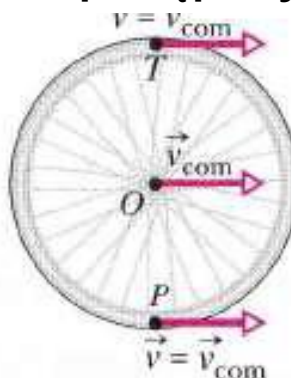
energia kinetyczna  
ruchu obrotowego

(a) obrót



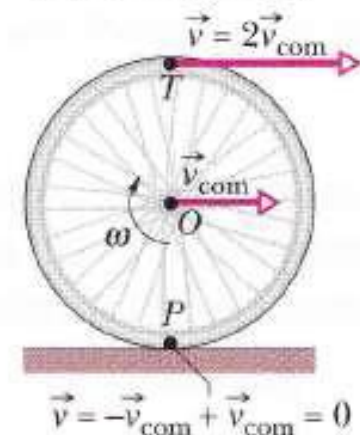
+

(b) ruch postępowy



=

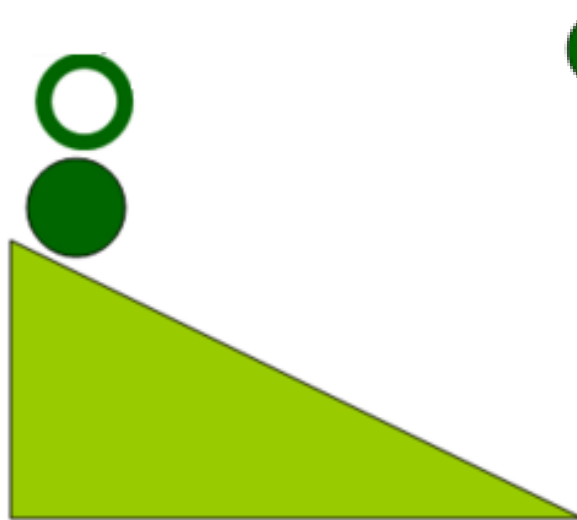
(c) toczenie



Toczenie – złożenie ruchu postępowego i obrotowego.

# Przykład 3 - Rola momentu bezwładności

Dwa walce (rys.) o tej samej masie i średnicy staczą się z tej samej równi pochyłej. Który pierwszy osiągnie podstawę ? Co jest powodem tej różnicy?



● **Walec pełny:**  $I = \frac{1}{2} m \cdot r^2$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$$

○ **Walec pusty:**  $I = m \cdot r^2$

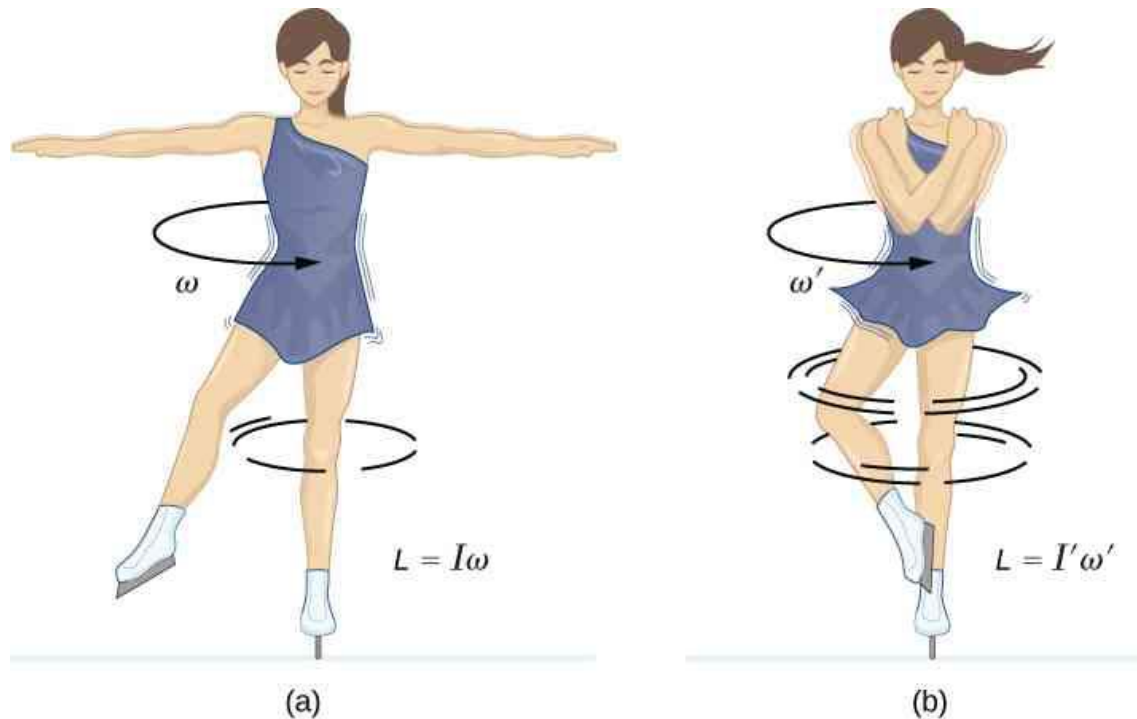
$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}}{2} = mv^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{gh}$$

# ZASADA ZACHOWANIA MOMENTU PĘDU

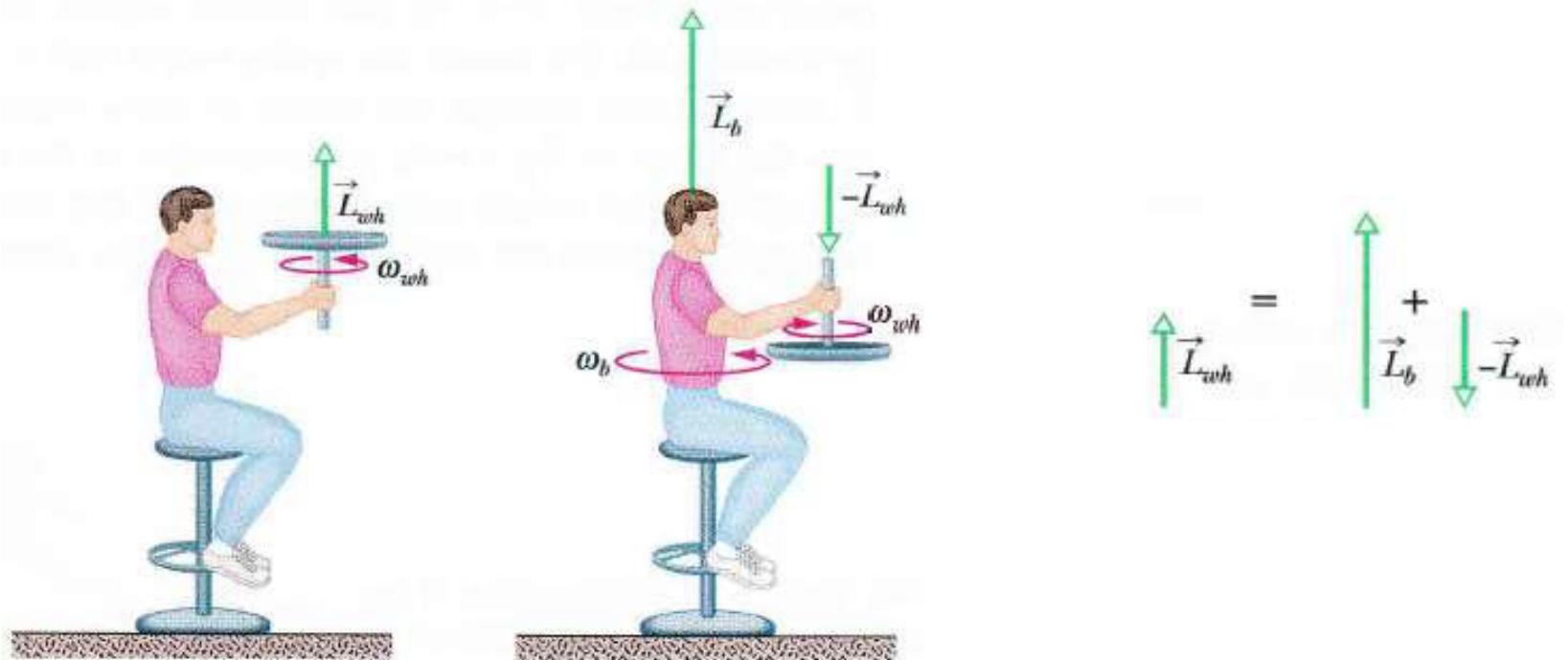
W inercjalnym układzie odniesienia, moment pędu układu cząstek wokół punktu jest zachowany, jeśli wypadkowy moment sił zewnętrznych względem tego punktu jest równy zero, stąd:

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow \left( \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \right) \Rightarrow \vec{L} = \text{const}(t)$$



Rys. (a) Łyżwiarka wiruje na czubku łyżwy z rozłożonymi ramionami. Jej moment pędu jest zachowany, ponieważ wypadkowy moment sił działający na nią jest pomijalnie mały. (b) Jej szybkość obrotów znacznie wzrosła, gdy ściągnęła ramiona, zmniejszając swój moment pędu.

## Przykład. Zasada zachowania momentu pędu

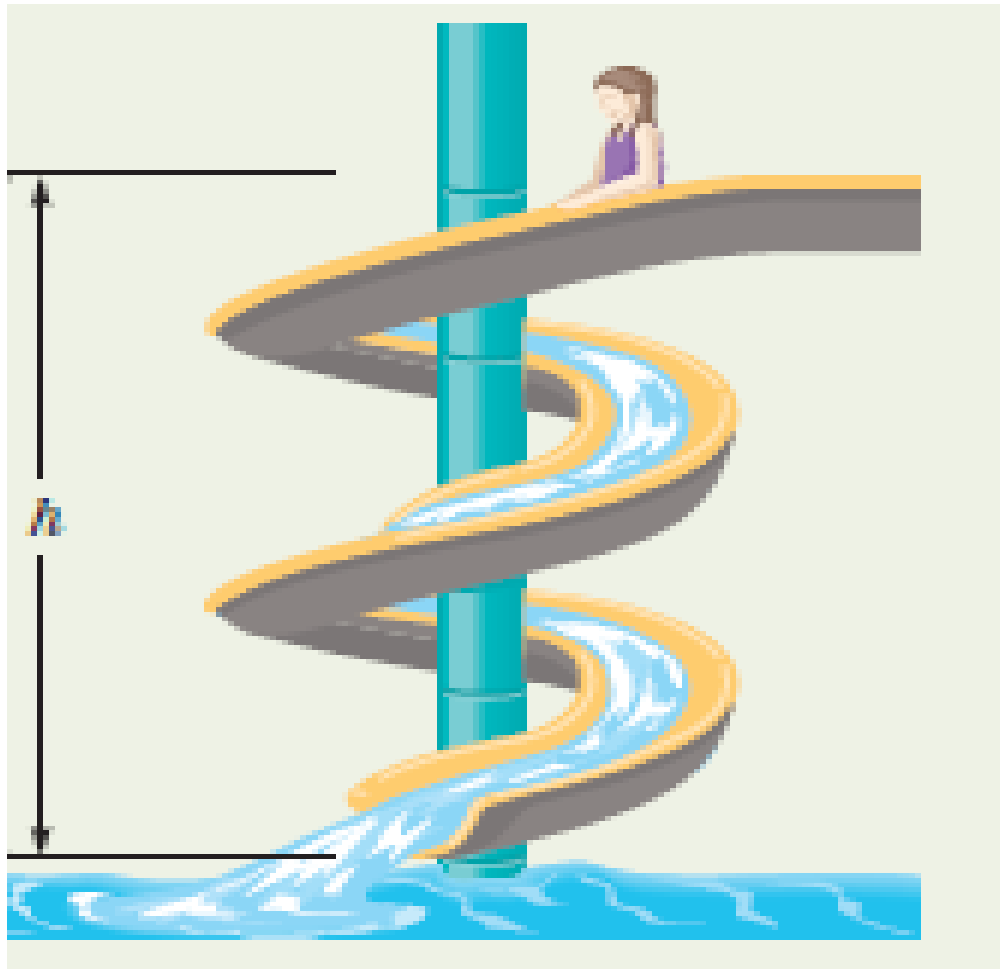


Rys. Moment pędu zamkniętego układu ciał względem dowolnego punktu nieruchomego jest stały.

•Podobnie: jeśli siły zewnętrzne dają moment względem nieruchomej osi równy zero, to moment pędu ciała względem tej osi nie zmienia się podczas ruchu.

*„Słyszę i zapominam.  
Widzę i pamiętam.  
Robię i rozumiem.”*

**-Konfucjusz**



Rys. Dziecko ześlizguje się ze zjeżdżalni wodnej o wysokości  $h$ .  
Wyznacz prędkość dziecka na końcu zjeżdżalni.

Rys. źródło: : -Halliday, Resnick, Walker „Fundamentals of Physics”.

# Czym jest ENERGIA ?

Skalarna wielkość fizyczna, charakteryzująca stan (lub własność) ciała lub układu ciał jako jego zdolność do wykonania pracy.

➤ **Energia może występować w różnych postaciach.**

Dla scharakteryzowania różnych rodzajów ruchu i różnych rodzajów oddziaływań między ciałami, wprowadzamy różne rodzaje energii: grawitacyjną, mechaniczną, sprężystą, cieplną, elektryczną, chemiczną, promienistą, jądrową i energię masy.

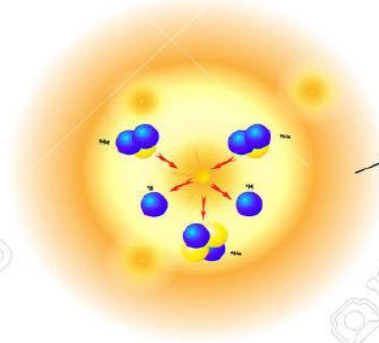
➤ Wzajemne **oddziaływanie** między ciałami (lub elementami jednego ciała) **powoduje zmianę energii ciała**, możemy więc opisywać to oddziaływanie jako **przekazywanie energii**.



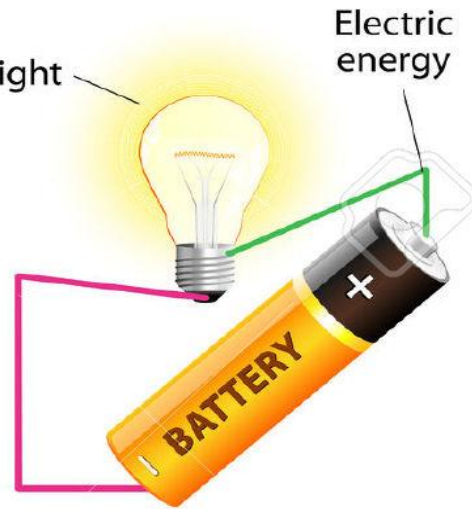


# FORMY ENERGII

Nuclear energy  
(nuclear fusion in stars)

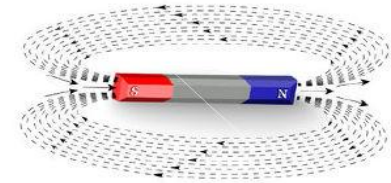


Light

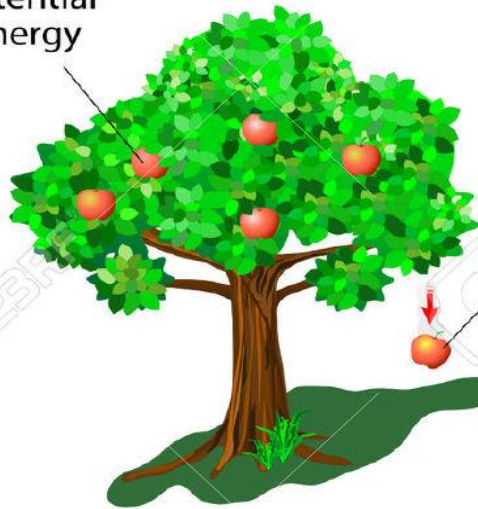


Electric energy

Magnetic energy



Potential energy



Kinetic energy

Chemical energy

Thermal energy



Rys. źródło: <https://clipartfest.com/>

# FORMY ENERGII

Wszystkie formy energii należą do dwóch kategorii

## KINETYCZNA

Energia związana z ruchem  
(ruch fal, elektronów, atomów,  
cząsteczek i substancji)



## POTENCJALNA

Związana z przechowywaniem  
energii lub lokalizacją ciała  
( grawitacyjna, sprężystości)

**Energia kinetyczna** związana z ruchem ciała:

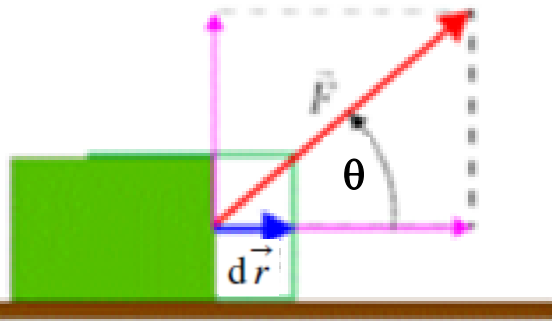
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Jednostką energii jest **dżul (1J)**:  $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$

# ENERGIA I PRACA

W fizyce praca oznacza jedną z możliwych form energii. O pracy mówimy wtedy, gdy siła działająca na dane ciało powoduje jego przemieszczenie.

Nieskończenie mały przyrost pracy (energii)  $dW$  związany z działaniem stałej siły  $\vec{F}$  na małej drodze  $d\vec{r}$ .



Siła wykonuje nad ciałem pracę.

siła                      przyrost drogi

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| |d\vec{r}| \cos \theta.$$

Pracę całkowitą wyraża całka w postaci:

$$W_{AB} = \int_{\text{droga AB}} \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (*)$$

Jednostka **dżul** :  $1\text{J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$

- Gdy energia jest przekazana ciału-praca jest dodatnia,
- Gdy energia jest ciału odebrana, praca jest ujemna.

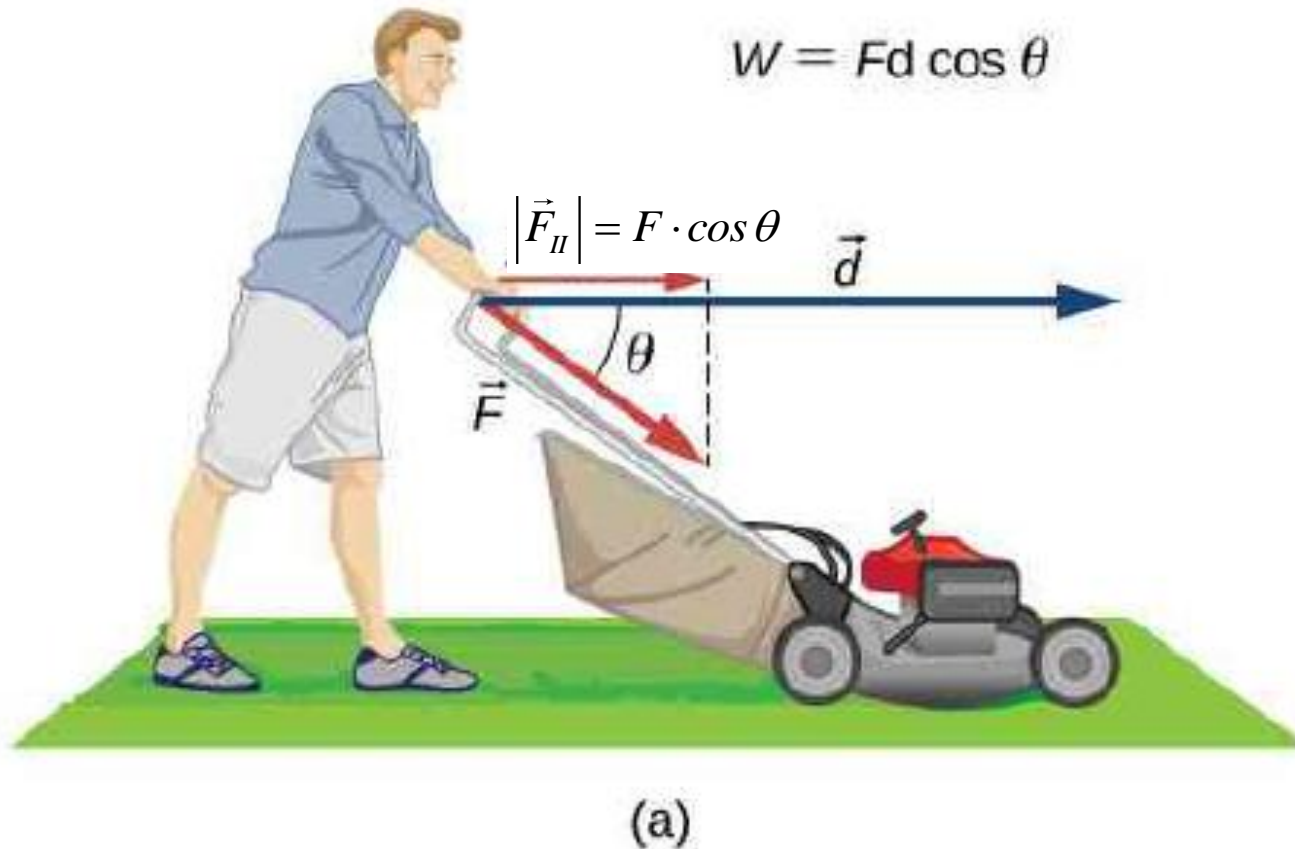
Wskutek wykonanej nad ciałem pracy wzrasta jego prędkość od  $v_A$  do  $v_B$  czyli rośnie energia kinetyczna, następuje **zmiana energii**.



# PRACA

$$W = \vec{F}_{II} \bullet \Delta\vec{r} = F \cdot \cos \theta \cdot \Delta r$$

$$W = Fd \cos \theta$$

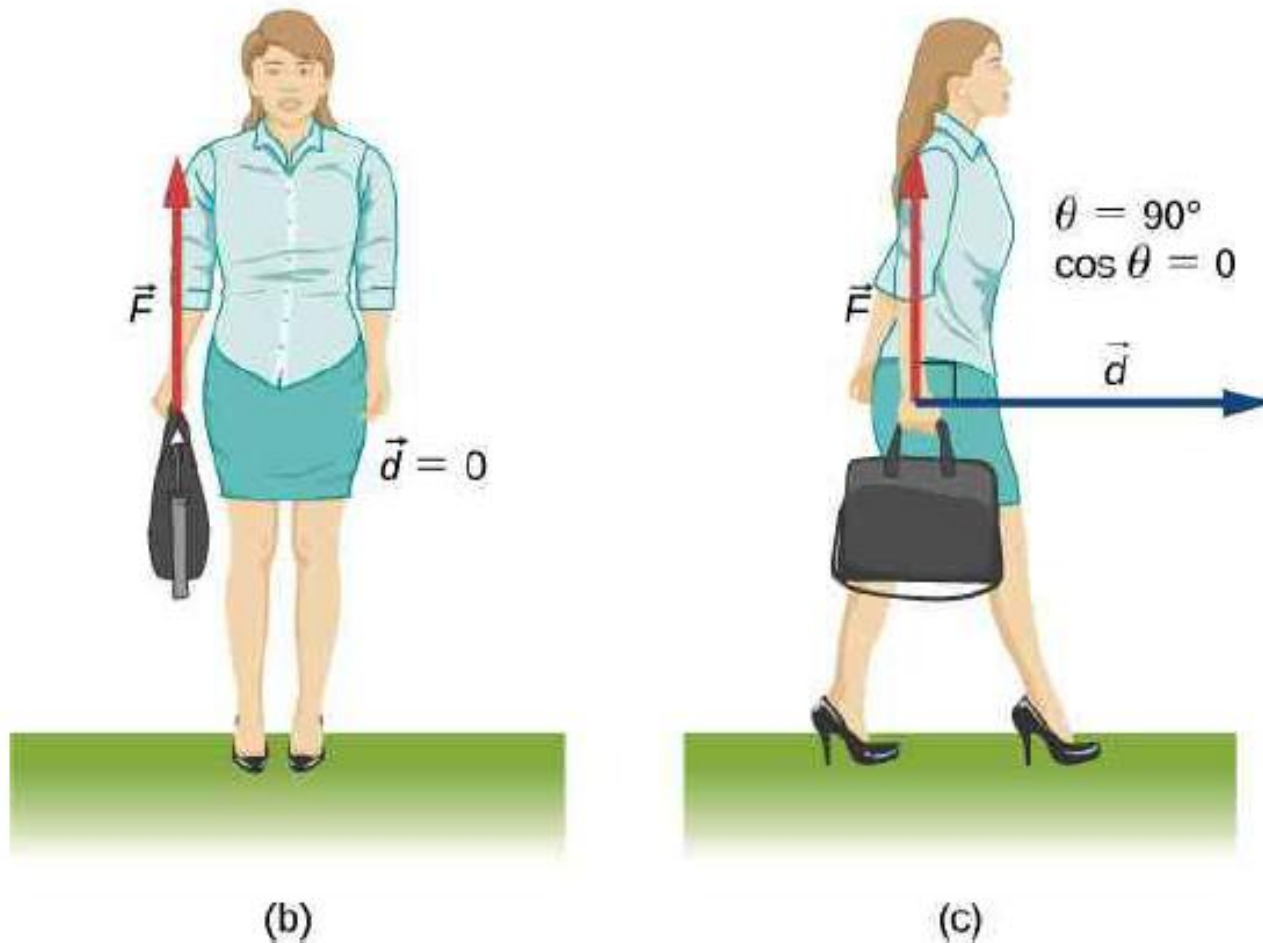


**Rys. Praca siły stałej. (a) Osoba popycha kosiarkę ze stałą siłą. Składowa siły równoległa do przemieszczenia wykonuje pracę zgodnie z równaniem:  $W = Fd \cos \theta$**

Rys. źródło: „Fizyka dla szkół wyższych S. Ling, J. Sanny, W. Moebis

# PRACA

$$W = \vec{F}_H \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \cos \theta \cdot \Delta r$$



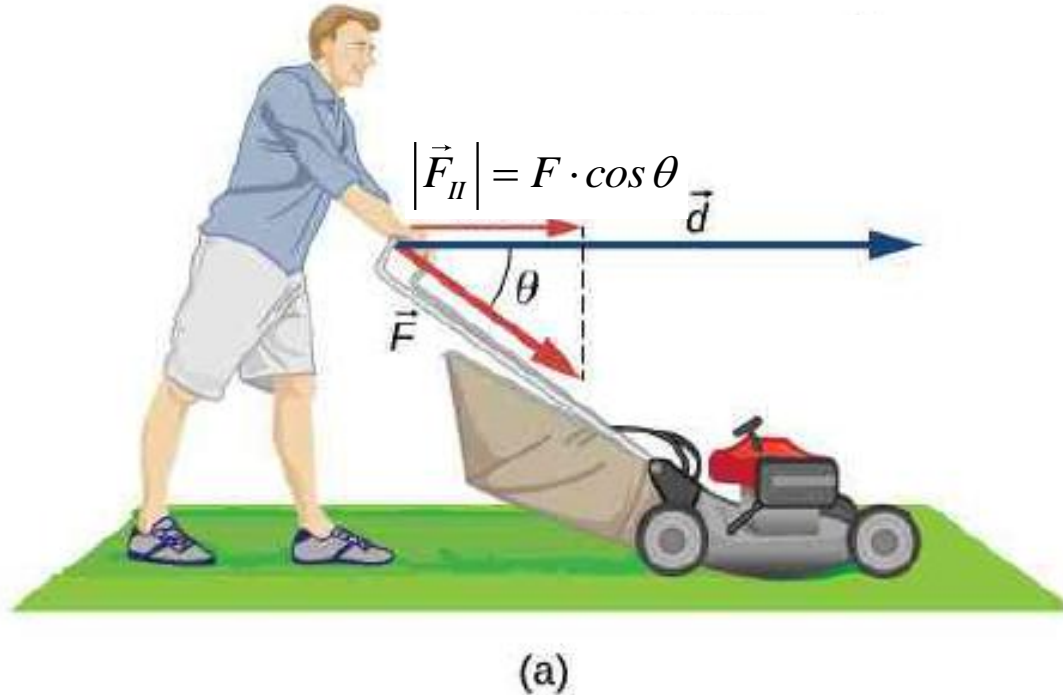
**Rys. Praca siły stałej. (b) Osoba trzyma walizkę, nie wykonuje pracy, ponieważ przemieszczenie jest równe zero. (c) Osoba trzyma walizkę w ręce i przemieszcza się, praca  $W=0$  ponieważ  $\cos \theta = 0$ .**

Rys. źródło: „Fizyka dla szkół wyższych S. Ling, J. Sanny, W. Moebis

## Przykład 4- praca

Znajdź wartość pracy wykonanej przy pchaniu kosiarki do trawy (Rysunek (a)) jeżeli mężczyzna przykłada siłę 75,0 N pod kątem  $35^\circ$  do poziomu na odcinku 25,0 m ?

$$W = \vec{F}_{II} \bullet \Delta\vec{r} = F \cdot \cos \theta \cdot d$$

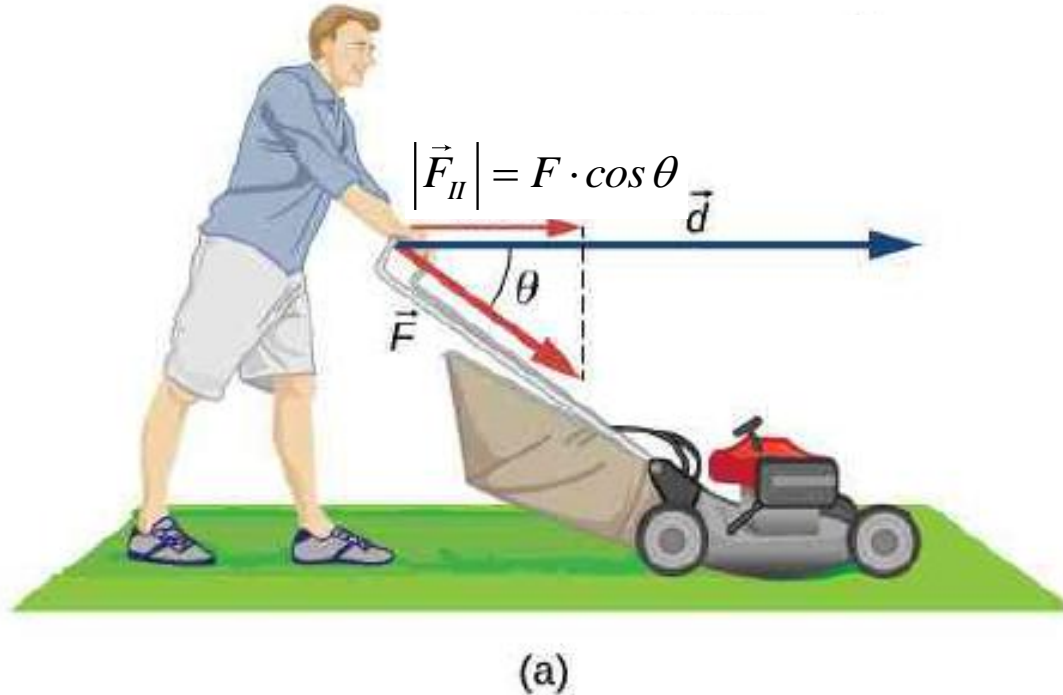


Rozwiązanie:

## Przykład 4- praca

Znajdź wartość pracy wykonanej przy pchaniu kosiarki do trawy (Rysunek (a)) jeżeli mężczyzna przykłada siłę 75,0 N pod kątem  $35^\circ$  do poziomu na odcinku 25,0 m ?

$$W = \vec{F}_{II} \bullet \Delta\vec{r} = F \cdot \cos \theta \cdot d$$



Rozwiązanie:

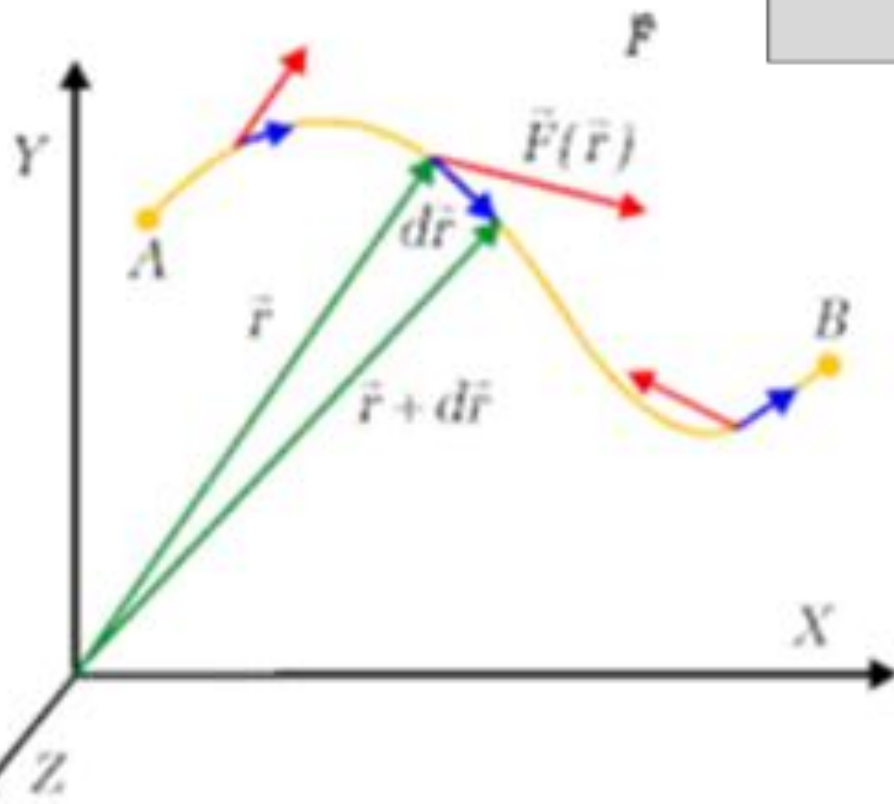
$$W = 75,0 \text{ N} \cdot 25,0 \text{ m} \cdot \cos 35,0^\circ = 1,54 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Pomimo tego, że wartość ta wydaje się duża odpowiada to spaleniu ledwie 1/6 grama tłuszczu.

# PRACA ZMIENNEJ SIŁY

W przypadku **zmiennej siły** o dowolnym kierunku względem przesunięcia oraz dowolnej trajektorii ruchu między punktami **A** i **B**, możemy uogólnić (\*):

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_1}^{x_2} F \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

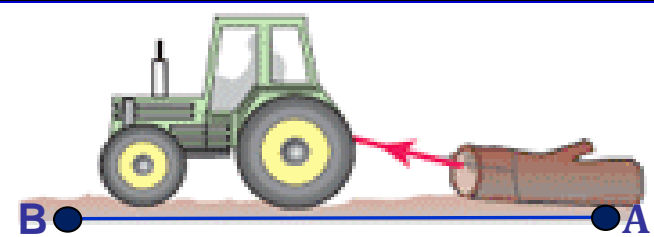


$$W = \int_A^B \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}$$

Jednostka **dżul** : **1J = 1N · 1m**



# TWIERDZENIE O PRACY I ENERGII



Przekształćmy wzór stanowiący definicję pracy na odcinku od A do B:

$$\begin{aligned}W_{AB} &= \int_A^B \vec{F}_{wyp} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = m \int_A^B \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \int_{v_A}^{v_B} \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot d\vec{v} = \\ &= m \int_{v_A}^{v_B} \vec{v} \cdot d\vec{v} = m \cdot \frac{v^2}{2} \Big|_{v_A}^{v_B} = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}\end{aligned}$$

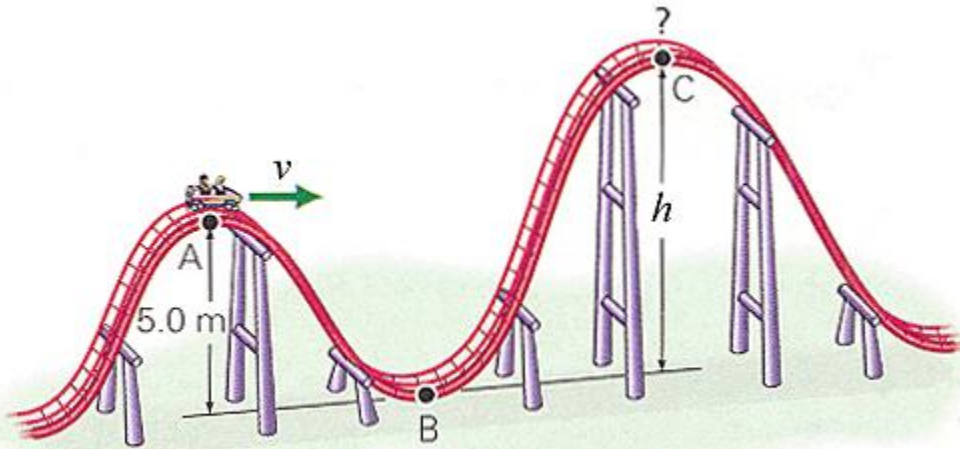
Zatem:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{wyp} \cdot d\vec{r} = E_{kB} - E_{kA} \quad \text{,gdzie} \quad E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}, \quad [1J = kg \left(\frac{m}{s}\right)^2]$$

**Praca** wykonana przez zewnętrzną siłę (wypadkową) na drodze od punktu A do punktu B równa się **przyrostowi energii kinetycznej ciała**.

• **Energia kinetyczna** jest więc tzw. **funkcją stanu jego ruchu** (zależy tylko od wartości początkowych i końcowych).

# ENERGIA POTENCJALNA



Rys. źródło: <https://pl.pinterest.com>

Ujemna praca wykonana przez siłę ciężkości. (gdyż  $E_k$  maleje)



Dodatnia praca wykonana przez siłę Ciężkości.

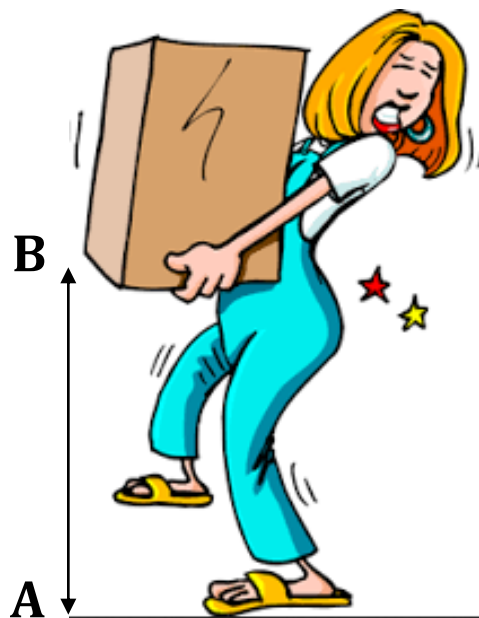
To energia zmagazynowana przez ciało lub układ ciał wskutek jego położenia. Gdy zmienia się konfiguracja ciała, może się również zmienić jego energia potencjalna  $E_p$ .

Jednym z rodzajów energii potencjalnej jest **grawitacyjna energia potencjalna**, związana z odległością ciał przyciągających się siłą grawitacyjną ( siłą ciężkości).

Zmianę grawitacyjnej energii potencjalnej  $\Delta E_p$ , definiujemy jako pracę wykonaną nad ciałem przez siłę ciężkości, wziętą z przeciwnym znakiem:

$$\Delta E_p = -W$$

# Wyznaczenie energii potencjalnej



Musimy znaleźć ogólny związek między siłą a związaną z nią energią potencjalną.

Gdy siła wykonuje nad ciałem pracę  $W$ :

$$\Delta E_p = -W$$

W przypadku ogólnym, gdy siła może zależeć od położenia, praca  $W$ :

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}(r) \cdot d\vec{s}$$

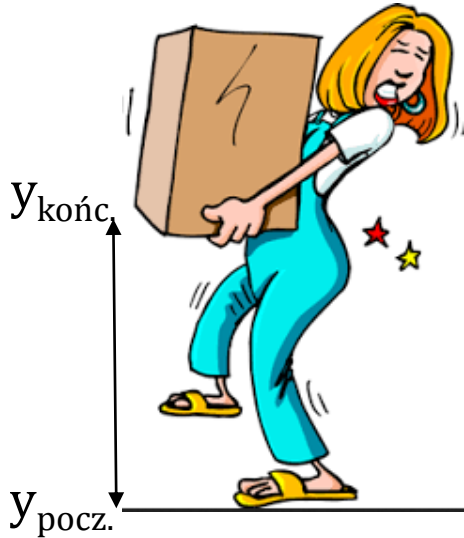
Podstawiając (5.21) do (5.20), wyznaczmy zmianę energii potencjalnej układu związaną ze zmianą jego konfiguracji:

$$\Delta E_p = - \int_A^B F(x) dx$$

Jest to poszukiwane wyrażenie ogólne.

# Energia potencjalna- przypadki szczególne :

## A) Grawitacyjna energia potencjalna



Rozważmy masę  $m$  poruszającą się pionowo do góry. Siła ciężkości działa w pionie, stąd całkować będziemy wzdłuż osi  $y$ , a  $F = -mg$ . Zatem mamy:

$$\Delta E_p = - \int_{y_{\text{pocz.}}}^{y_{\text{końc.}}} (-mg) dy = mg \int_{y_{\text{pocz.}}}^{y_{\text{końc.}}} dy = mg \left[ y \right]_{y_{\text{pocz.}}}^{y_{\text{końc.}}},$$

$$\Delta E_p = mg \Delta y.$$

Grawitacyjna energia potencjalna :

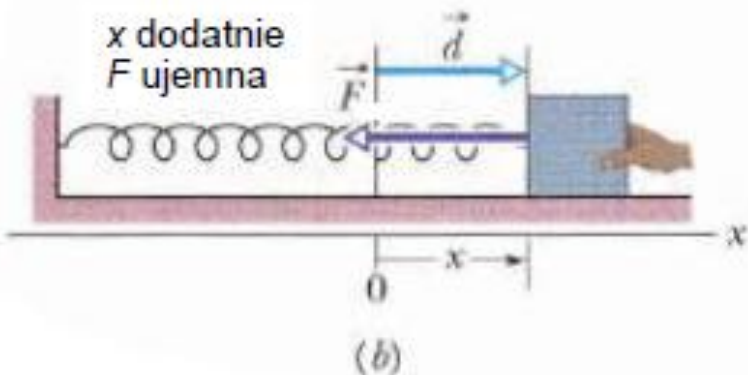
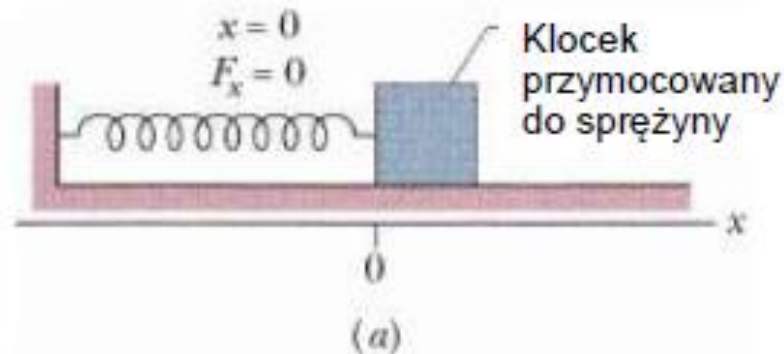
$$E_p(y) = mgy$$

**WN.:** \*Grawitacyjna energia potencjalna układu masa-Ziemia zależy jedynie od położenia  $y$  masy w pionie, liczonego względem punktu odniesienia  $y_{\text{pocz}} = 0$ .

\*\* Nie zależy od jej położenia w poziomie.

# Energia potencjalna- przypadki szczególne:

## B) Energia potencjalna sprężystości



$$W = \int_{x_{pocz}}^{x_{końc}} F dx$$

$$W = \int_{x_{pocz}}^{x_{końc}} (-kx) dx = -k \int_{x_{pocz}}^{x_{końc}} x dx =$$

$$= \left(-\frac{1}{2}k\right) x^2 \Big|_{x_{pocz}}^{x_{końc}} = \frac{1}{2}kx_{pocz}^2 - \frac{1}{2}kx_{końc}^2$$

$$\text{gdy } x_{pocz} = 0, \quad W = -\frac{1}{2}kx^2$$

Zatem:

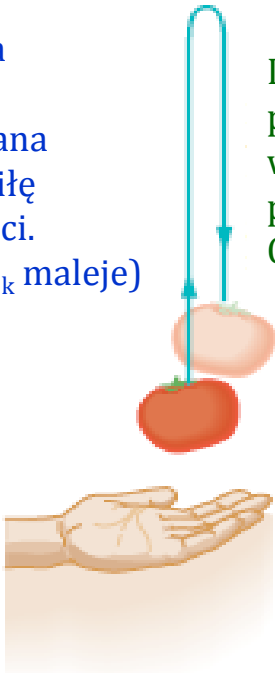
$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Zauważmy, że wartość energii potencjalnej nie zależy do tego, czy sprężyna jest ściśnięta, czy rozciągnięta.

# Siły zachowawcze i dyssypatywne

## Siły zachowawcze : niezależność pracy od drogi

Ujemna  
praca  
wykonana  
przez siłę  
ciężkości.  
(gdyż  $E_k$  maleje)



Dodatnia  
praca  
wykonana  
przez siłę  
Ciężkości.

Gdy w układzie działa siła, która wykonując pracę nad ciałem powoduje zamianę energii kinetycznej na potencjalną i przy zmianie konfiguracji siła wykonuje pracę zamieniając energię potencjalną w energię kinetyczną, to taką siłę nazywamy **siłą zachowawczą**.

**Całkowita praca wykonana przez siłę zachowawczą nad cząstką poruszającą się po drodze zamkniętej jest równa zero:**

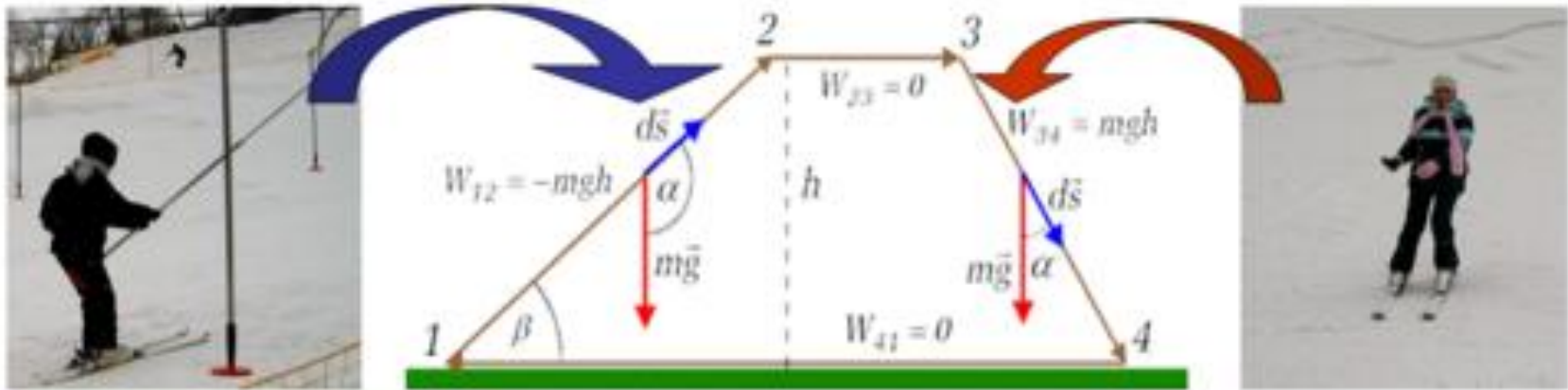
$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (*)$$

### Wniosek:

**Praca wykonana przez siłę zachowawczą nie zależy od drogi po jakiej porusza się cząstka.**

## Siły zachowawcze c.d.

➤ Przykładem sił zachowawczych są siły grawitacyjne (rys.) lub elektrostatyczne.



Praca sił grawitacji  
na odcinku drogi  $s_{12}$   
(tj. od p-tu 1 do p-tu 2):

$$W_{12} = m \cdot g \cdot s_{12} \cdot \cos \alpha = -m \cdot g \cdot s_{12} \overbrace{\sin \beta}^{h/s_{12}} = -m \cdot g \cdot h$$

Praca nie zależy od kąta nachylenia stoku,  
a jedynie od różnicy wysokości.

Sumaryczna praca  
w cyklu zamkniętym:

$$W_{sum} = \overbrace{-mgh} + \overbrace{0} + \overbrace{+mgh} + \overbrace{0} = 0$$

Siły spełniające ten warunek, to **siły zachowawcze**.

Sumaryczna praca sił grawitacji w cyklu zamkniętym równa jest zeru.

# Siły dyssypatywne

Siłę nie spełniającą warunku (\*) nazywamy *siłą dyssypatywną* lub *rozpraszającą*.

Wchodząc na górę wykonujemy pewną pracę przeciwko siłom grawitacji,



Siła grawitacji - zachowawcza

...ale uzyskujemy energię, która pozwala nam zjechać w dół

Poruszając się po terenie poziomym nie uzyskujemy takiej energii, chociaż ślady na śniegu pokazują, że wykonaliśmy pewną pracę przeciwko siłom oporów ruchu.

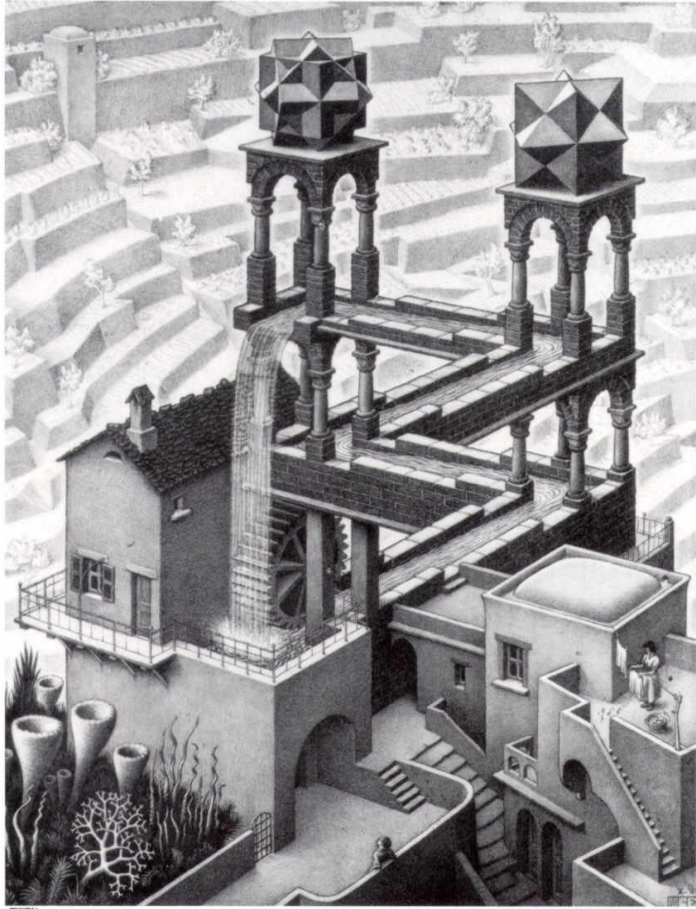


Siły oporów ruchu - dyssypatywne

Siły oporów ruchu skierowane są zawsze przeciwko ruchowi. Ich praca ma znak ujemny w czasie całego ruchu, a sumaryczna praca po torze zamkniętym nie jest równa zero.



# ZASADA ZACHOWANIA ENERGII MECHANICZNEJ



$$E_{mech} = E_k + E_p$$

Gdy działa siła zachowawcza, to

$$\Delta E_k = -\Delta E_p$$

$$\Delta E_{mech} = \Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

**W układzie izolowanym, suma energii mechanicznej (kinetycznej i potencjalnej ruchu postępowego i ruchu obrotowego) wszystkich ciał tworzących układ zamknięty jest stała.**

## ➤ Praca wykonana nad układem przez siłę zewnętrzną

Praca jest równa energii przekazanej układowi lub odebranej od niego przez siłę zewnętrzną działającą na ten układ.

brak tarcia: 
$$W = \Delta E_k + \Delta E_p$$

tarcie: 
$$W = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term}$$

Zmiana całkowitej energii  $E$  układu jest równa energii dostarczonej do układu lub od niego odebranej.

$$W = \Delta E = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term} + \Delta E_{wewn}$$

## Zasada zachowania energii

Układ izolowany

Jeżeli na układ nie działa żadna siła zewnętrzna, a ciała w układzie oddziałują jedynie siłami grawitacji lub sprężystości, to całkowita energia mechaniczna tego układu jest stała.

$$E_{mech} = E_k + E_p = const$$

Ogólna zasada zachowania energii:

$$\Delta E = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term} + \Delta E_{wewn} = 0$$

**Całkowita energia układu odosobnionego i zachowawczego jest stała.**

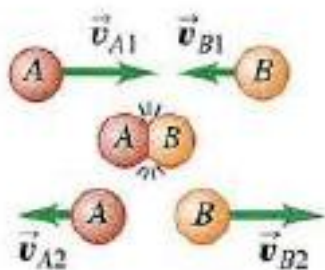
Suma wszystkich rodzajów energii w układzie

Układ, który nie wymienia energii z otoczeniem

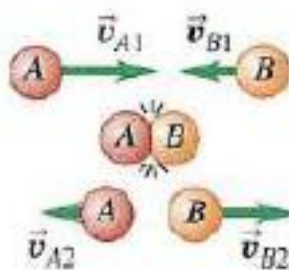
# Pęd i energia kinetyczna podczas zderzeń

- Gdy w czasie zderzenia energia kinetyczna ciała jest zachowana, takie zderzenie nazywamy zderzeniem sprężystym.
- Gdy energia kinetyczna nie jest zachowana, zderzenie nazywamy zderzeniem niesprężystym.

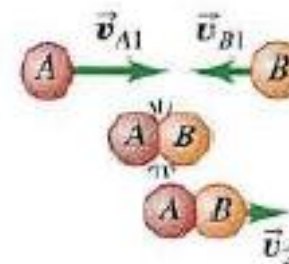
zderzenie sprężyste,  $\Delta E_k = 0$



zderzenie niesprężyste,  $\Delta E_k \neq 0$



zderzenie całkowicie niesprężyste



# Jak powiązać pracę z czasem ?

Wartość pracy wykonanej w przedziale czasu, to **moc średnia**:

$$P_{sr} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Moc - podstawowy parametr urządzeń elektrycznych.



Nieskończenie mała praca wykonana w nieskończenie krótkim czasie, to **moc chwilowa**:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Jednostką mocy w układzie SI jest **wat**

$$1W = 1J/s$$

W technice często moc wyrażana jest za pomocą jednostki **koń mechaniczny**:  $1 KM \approx 735,5 W$

Jednostką pracy stosowaną w energetyce jest kilowatogodzina, kWh



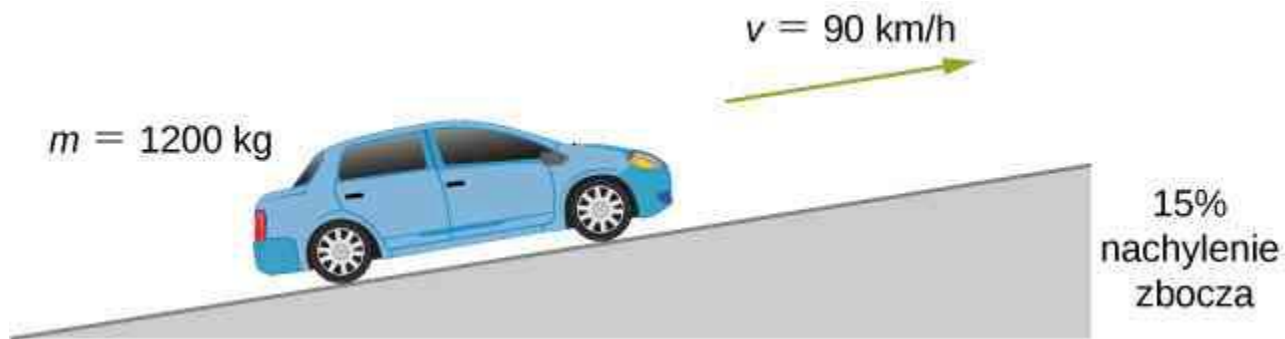
Kilowatogodzina

$$1 kW \cdot h = (10^3 J/s) (3600 s) = 3.6 \times 10^6 J = 3.6 MJ$$

## Przykład 5- Moc samochodu poruszającego w górę zbocza

Jaka musi być minimalna moc silnika samochodu o masie 1200 kg, aby wjechać pod górę zbocza o nachyleniu 15% ze stałą prędkością 90 km/h ?

Przyjmij, że 25% mocy samochodu jest wykorzystywane do przeciwdziałania siłom oporu ruchu.



$$\text{Odp.: } P = 59,330 \text{ kW} \approx 79,6 \text{ KM}$$

( L.4.\_samodzielnie:)

**Dziękuję za uwagę !**

