

Wykład 13 i 14

Prawa przepływu prądu stałego

1. Podstawowe definicje dla prądu elektrycznego
2. Elektrony w ciałach stałych – pasma energetyczne
3. Prawo Ohma
4. Opór elektryczny
5. Nadprzewodnictwo
6. Mikroskopowa postać prawa Ohma
7. Obwody. Praca i moc prądu elektrycznego
8. Prawa Kirchhoffa
9. Łączenie oporników
10. Kondensatory

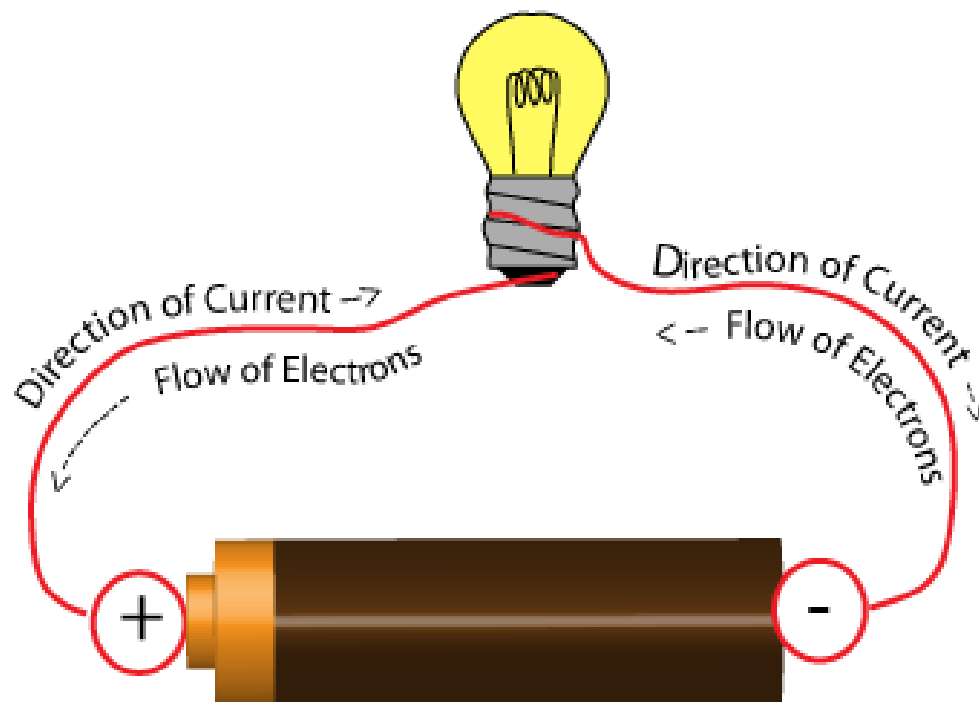


Fot. Fotolia <http://naukawpolsce.pap.pl/>

Wstęp

Przepływ prądu może się odbywać w ośrodkach stałych, ciekłych lub gazowych.

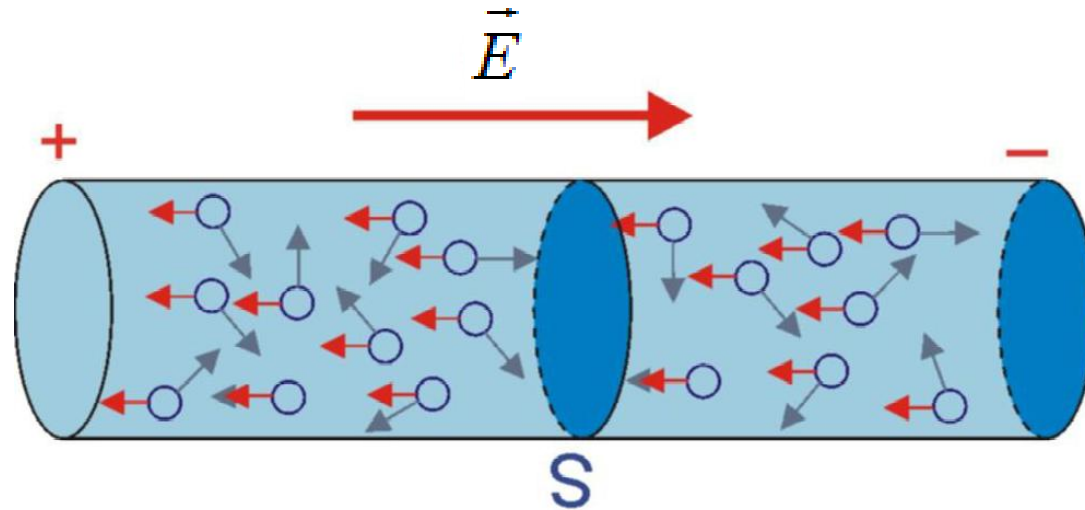
W cieczech i w gazach polega on na ruchu **jonów**, w **metalach** jest to **ruch swobodnych elektronów**, a w **półprzewodnikach** uczestniczą w nim zarówno swobodne **elektrony**, jak i **dziury** lub tylko jeden z tych nośników.



Rys. źródło: <http://www.askiitians.com>

Podstawowe definicje dla prądu elektrycznego

Bez pola elektrycznego elektrony w swoim chaotycznym ruchu cieplnym przechodzą przez powierzchnię S w obu kierunkach i wypadkowy strumień ładunków przez tę powierzchnię jest równy zero. Przez przewodnik nie płynie prąd. Ruchowi chaotycznemu nie towarzyszy przepływ prądu.

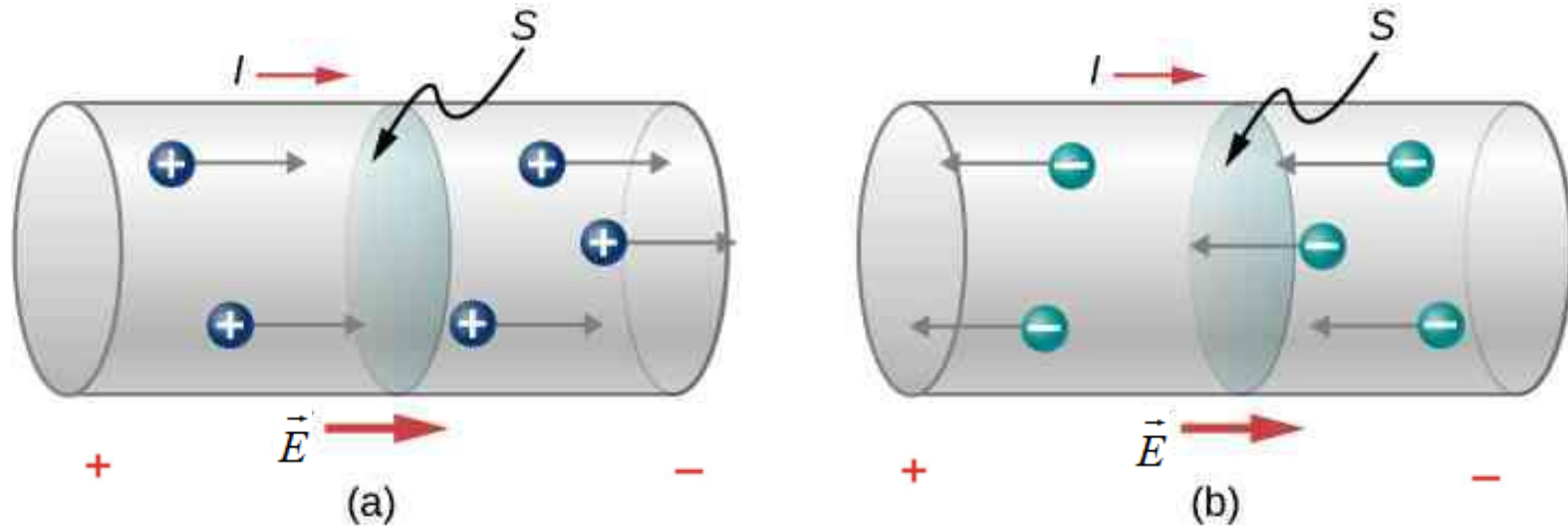


Rys. Chaotyczny ruch cieplny elektronów (strzałki szare) i uporządkowany ruch elektronów w polu elektrycznym (strzałki czerwone). Rys. źródło: <http://home.agh.edu.pl>

W polu elektrycznym nośnikami ładunku w metalu są poruszające się swobodnie elektrony tzw. *elektrony przewodnictwa*.

Prąd elektryczny - uporządkowany ruch ładunków

Przyłożenie napięcia U (rys.) pomiędzy końce przewodnika, wytwarza pole elektryczne E , które działa siłą elektrostatyczną na ładunki, powodując ich ruch w określonym kierunku. Ruch chaotyczny każdego elektronu zostaje zmodyfikowany. W przewodniku płynie prąd elektryczny.



Rys. Umownie prąd płynie w kierunku zgodnym z kierunkiem wektora natężenia pola elektrycznego (\vec{E}).

(a) Ładunki dodatnie poruszają się zgodnie z kierunkiem i zwrotem \vec{E}

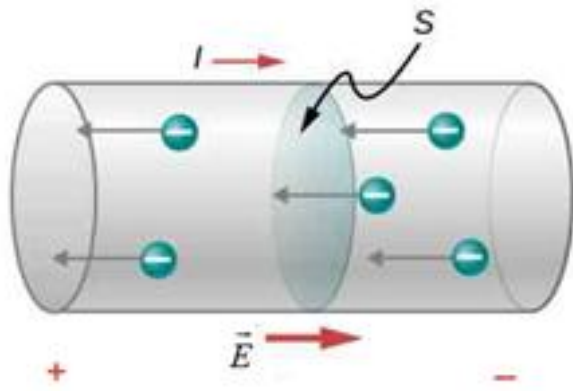
(b) Ładunki ujemne poruszają się przeciwnie do zwrotu \vec{E} .

Rys. źródło: „Fizyka dla szkół wyższych” S. Ling, J. Sanny, W. Moebis

Umowny kierunek prądu jest przeciwny do kierunku ruchu ujemnych ładunków.

Ruch elektronów czasami nazywa się przepływem elektrycznym.

➤ Definicja: NATEŻENIE PRĄDU (I):



$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$\left[1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}} \right]$$

Rys. źr.: „Fizyka dla szkół wyższych” S. Ling, J. Sanny, W. Moebis

Nateżenie prądu – to zmiana ilości ładunku (dQ), przepływającego przez poprzeczny przekrój przewodnika S , do czasu jego przepływu. Jednostką nateżenia jest amper (1A).

W przypadku, gdy płynący prąd jest stały powyższe równanie sprowadza się do prostego ilorazu:

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$$

Nośnikami ładunku w metalach są elektrony, w zjonizowanych gazach oraz elektrolitach są to także dodatnio lub ujemnie naładowane jony. W niektórych przypadkach mogą to być również naładowane cząstki makroskopowe \vec{E} Umowny **kierunek przepływu prądu** **przejmujemy**, że jest zgodny z kierunkiem \vec{E} .

Poprzednie definicje opisywały prąd elektryczny makroskopowo (prąd przepływający przez cały przekrój poprzeczny przewodnika).

W rzeczywistej sytuacji cząsteczki poruszają się z różnymi prędkościami. Wówczas opisujemy prąd (mikroskopowo), wektorem **gęstości prądu**.

Definicja -gęstość prądu (\vec{j}).

$$\vec{j} = \frac{dI}{d\vec{S}} \quad \left(1 \frac{A}{m^2} \right)$$

Gęstość prądu (\vec{j}) jest zdefiniowana jako prąd przepływający przez nieskończenie mały przekrój poprzeczny, podzielony przez jego powierzchnię.

Kierunek wektora gęstości prądu jest taki sam jak kierunek wektora prędkości ładunków dodatnich.

\vec{j} - uwzględnia miejscową wartość przepływającego ładunku; które zmieniają się w kolejnych punktach.

$d\vec{S}$ - wektor prostopadły do powierzchni S; mający kierunek w stronę przepływu ładunków dodatnich.

Elektrony w ciałach stałych – Energetyczny model pasmowy

Struktura ciała stałego

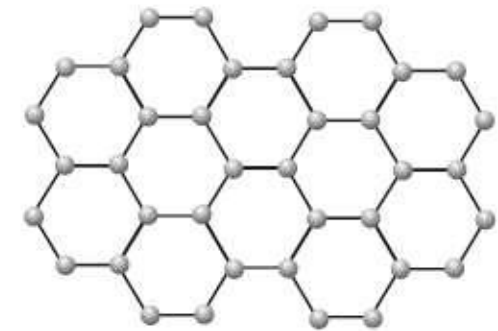
Ciało stałe jest to zbiór atomów znajdujących się blisko siebie w położeniach równowagi.

Atomy te wykonują drgania wokół swych położen równowagi, a amplituda tych drgań zależy od temperatury. Ze względu na uporządkowanie atomów ciała stałe można podzielić na:

- krystaliczne, o uporządkowanym ułożeniu atomów lub molekuł tworzącym regularny wzór zwany siecią krystaliczną
- polikrystaliczne, zbudowane z bardzo wielu małych kryształków,
- amorficzne, wykazujące brak uporządkowania, np. szkła

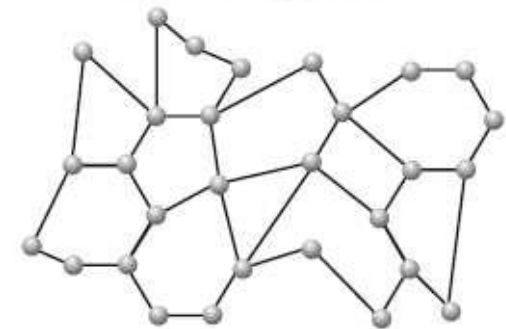
Ograniczmy się do ciał krystalicznych!

struktura krystaliczna



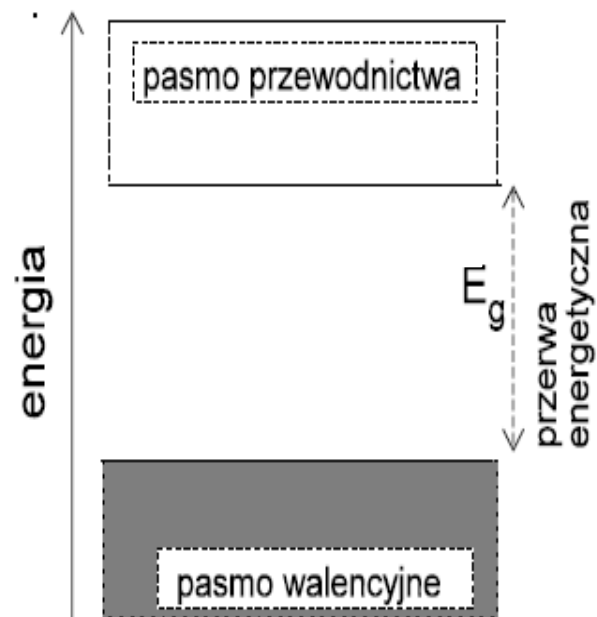
odległości między atomami mają tę samą wartość; dany atom ma wszędzie takie samo otoczenie najbliższych sąsiadów

struktura amorficzna



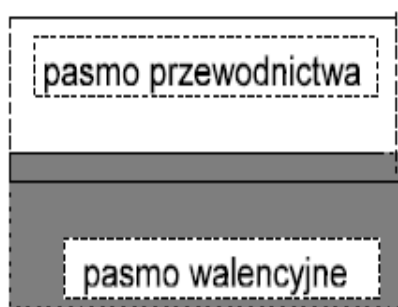
odległości między atomami zmieniają się przypadkowo w dużym zakresie; otoczenia najbliższych sąsiadów zmieniają się

Energetyczny model pasmowy: dielektryk, przewodnik, półprzewodnik

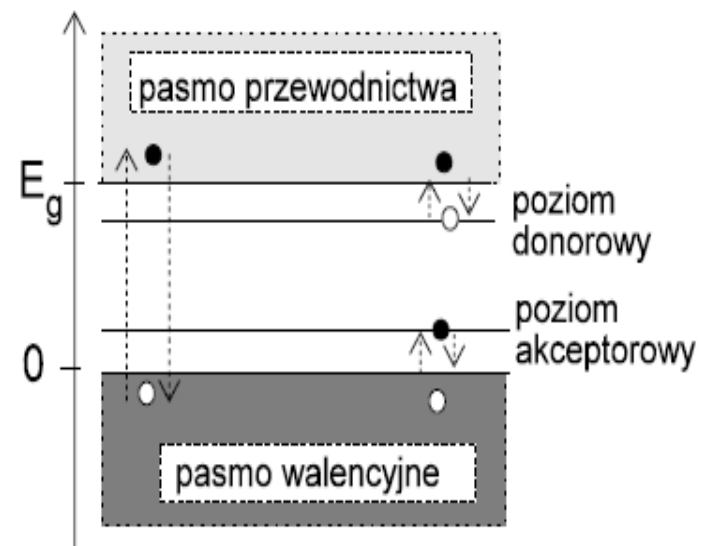


Rys.1a. Model pasmowy izolatora.

Pasma zachodzą na siebie



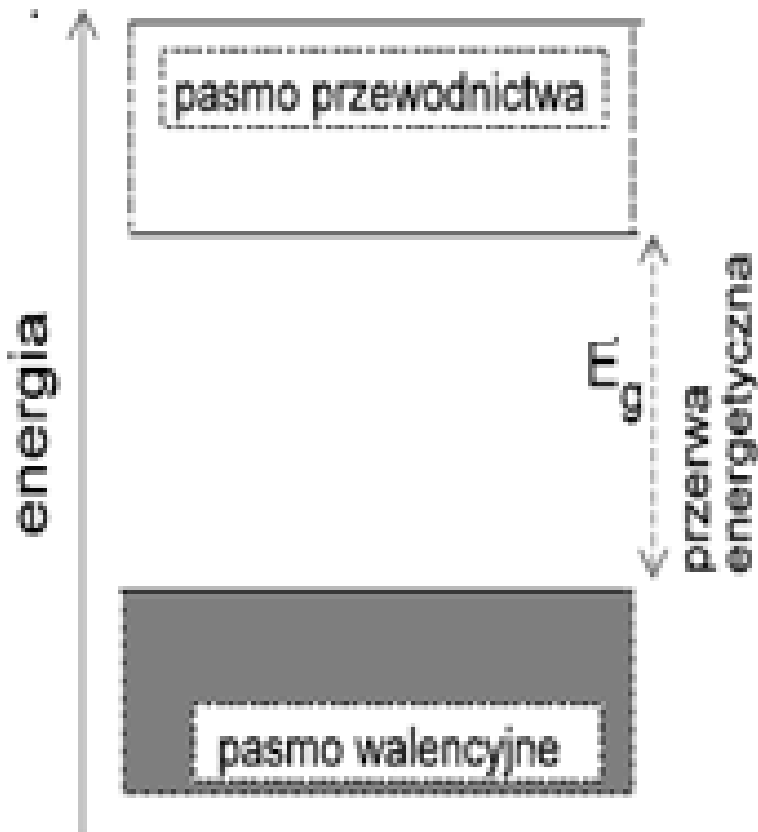
Rys.1b. Model pasmowy metalu.



Rys.2. Model pasmowy półprzewodnika

W ciele stałym, poziomy energetyczne elektronów ulegają rozszczepieniu, tworząc pasma energii dozwolonych rozdzielone pasmami zabronionymi. Elektrony mogą posiadać wyłącznie energie leżące w zakresie pasm dozwolonych.

Poziomy walencyjne tworzą *pasmo walencyjne* lub inaczej *pasmo podstawowe*, a powyżej tego pasma utworzone zostaje *pasmo przewodnictwa*. Pasma te rozdzielone są *pasmem wzbronionym*, nazywanym *przerwą energetyczną E_g* .

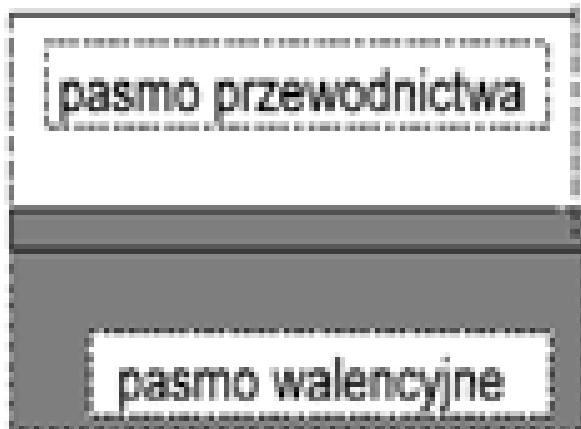


Rys. 1a. Model pasmowy izolatora.

- Przewodnictwo prądu elektrycznego związane jest z obecnością elektronów w paśmie przewodnictwa. Jeżeli w danym materiale pasmo to jest puste, a pasmo walencyjne pełne, to taki materiał jest izolatorem (Rys.1a).
- W paśmie przewodnictwa w izolatorach nie ma elektronów, a pasmo walencyjne jest całkowicie wypełnione - nawet w wyższych temperaturach. Wartość przerwy wzbronionej pomiędzy pasmem przewodnictwa i pasmem walencyjnym jest bardzo duża ($E_g > 5 \text{ eV}$) i wzrost energii elektronu spowodowany wzrostem temperatury nie może spowodować jego przejścia z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa. Brak elektronów w paśmie przewodnictwa jest powodem braku przepływu prądu w izolatorach.

- Przewodnikami są ciała, w których istnieją tzw. ładunki swobodne mogące poruszać się wewnątrz tych ciał.

Pasma zachodzą na siebie



Rys.1b. Model pasmowy metalu.

Przedstawicielami przewodników są *metale - pierwiastki*, których atomy posiadają jeden lub dwa elektrony na zewnętrznych powłokach elektronowych zwanych powłokami *walencyjnymi*. Elektrony walencyjne uwalniają się od swoich atomów przy łączeniu się takich atomów w większe zespoły, i nie zajmują określonych miejsc w sieci krystalicznej, lecz mogą poruszać się swobodnie między zjonizowanymi atomami metalu. W związku z tym, nazywamy je *elektronami swobodnymi lub elektronami przewodnictwa*.

- Pasma przewodnictwa jest wypełnione częściowo (Rys.1b). W temperaturze wyższej od 0 K elektrony mogą obsadzać wyższe poziomy energetyczne w paśmie przewodnictwa i pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego elektrony mogą się rozpędzać. W ten sposób zachodzi przepływ prądu elektrycznego.

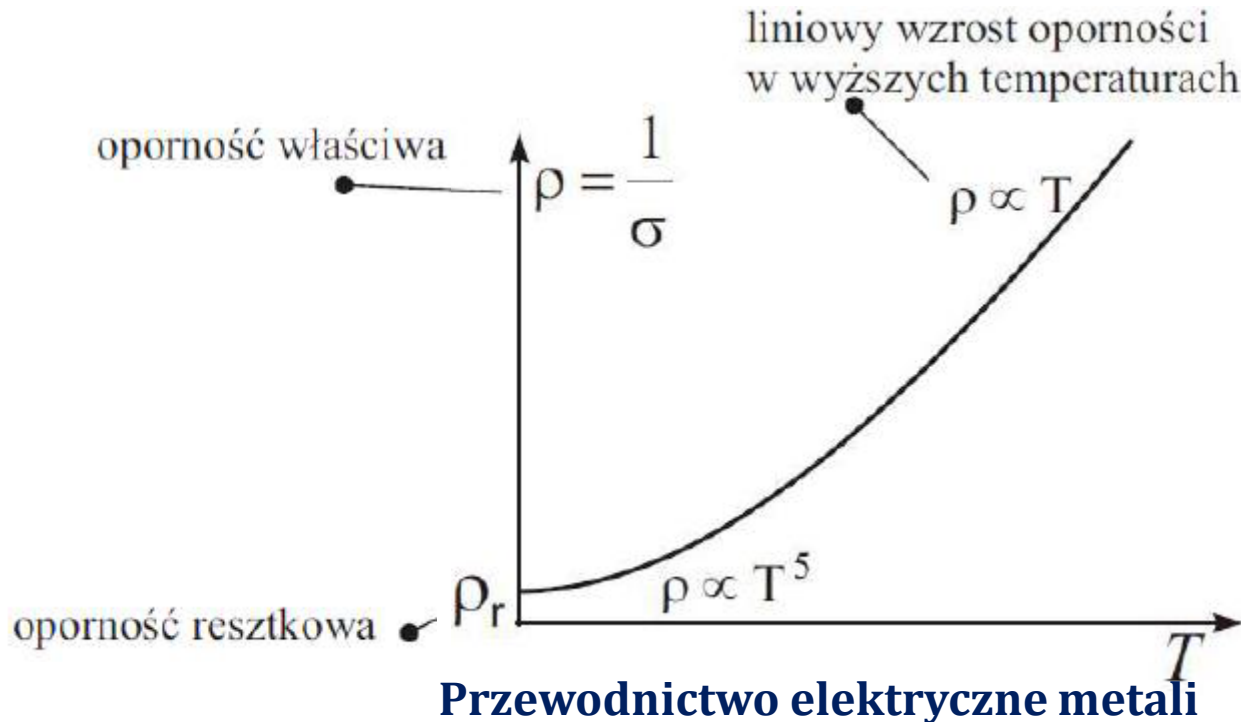
Elektrony w ciałach stałych

Przewodnictwo właściwe metali opisuje wzór:

$$\sigma = en\mu.$$

Gdzie: e - oznacza ładunek nośnika prądu, n - koncentrację,
 μ - ruchliwość nośników.

Koncentracja określa liczbę nośników w jednostce objętości natomiast ruchliwość jest to prędkość, jaką uzyskuje nośnik ładunku pod działaniem jednostkowego pola elektrycznego.

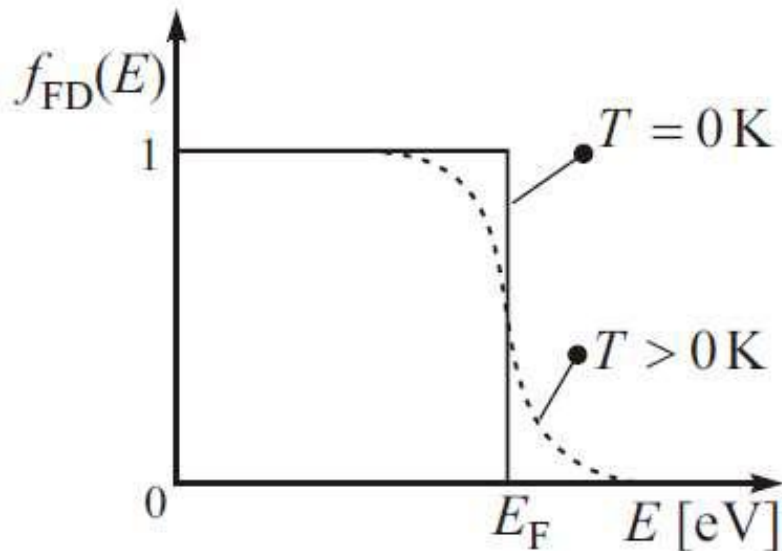


Elektrony w ciałach stałych -metale

Prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w stanie o energii E opisuje funkcja Fermiego-Diraca:

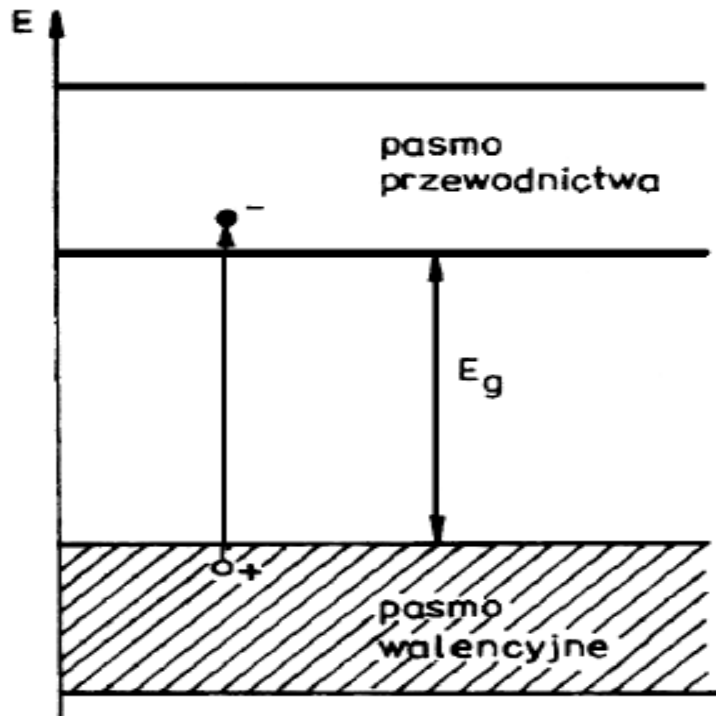
$$f_{\text{FD}}(E) = \frac{1}{e^{(E-E_{\text{F}})/kT} + 1}$$

gdzie: E_{FD} jest energią (poziomem) Fermiego.



Dla $T = 0$ funkcja rozkładu Fermiego-Diraca ma wartość 1 dla energii $0 < E < E_{\text{F}}$ i 0 dla energii powyżej E_{F} .

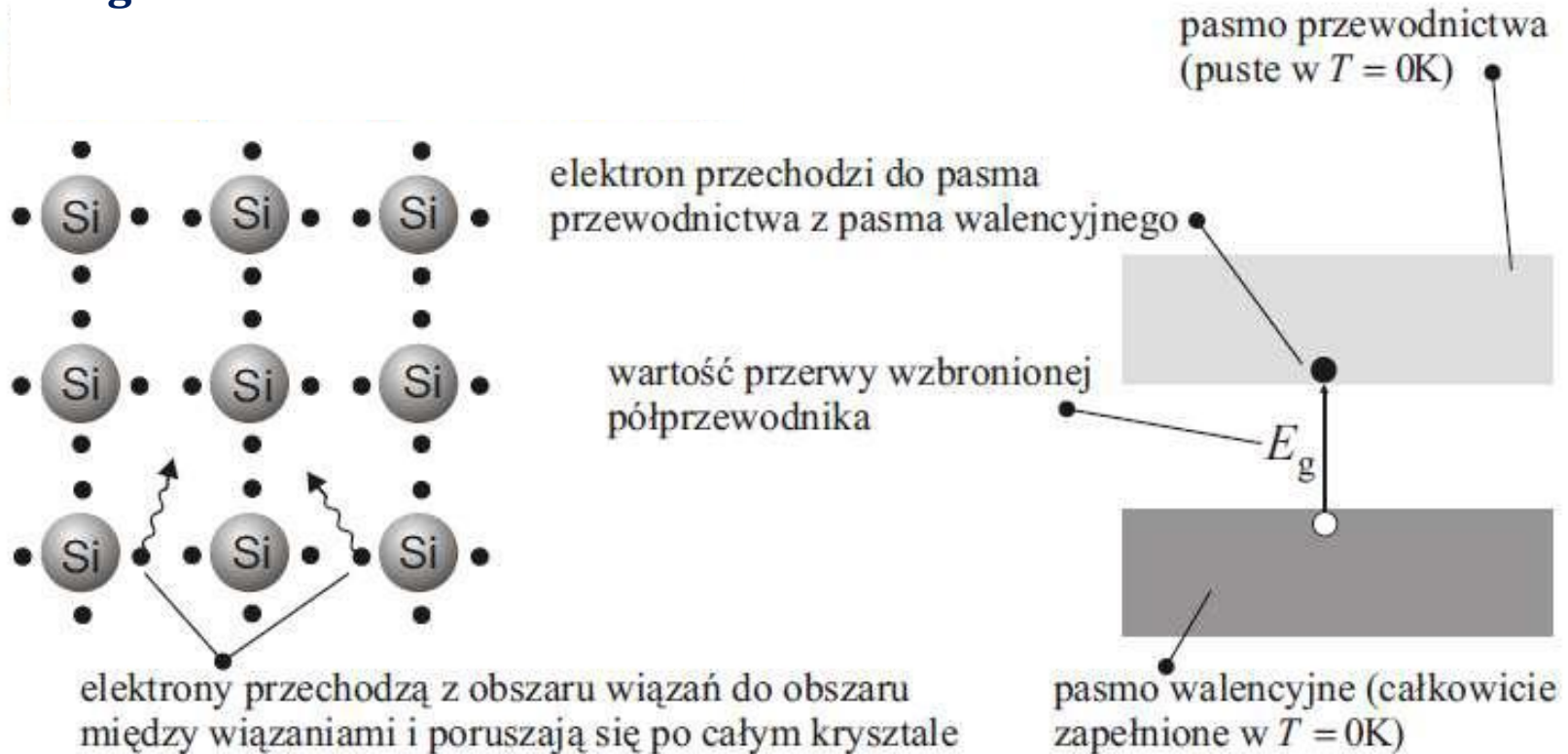
W bardzo niskich temperaturach dominuje rozpraszanie na niedoskonałościach sieci, co daje oporność resztkową. Ze wzrostem temperatury koncentracja elektronów nie wzrasta lecz zwiększają się drgania sieci krystalicznej – rośnie koncentracja fononów. Powoduje to zwiększanie rozpraszania i zmniejszenie ruchliwości, a tym samym spadek przewodnictwa (wzrost oporności) wraz ze wzrostem temperatury.



Rys. Tworzenie pary nośników elektron – dziura w półprzewodniku

- W półprzewodniku w temperaturze zera bezwzględnej pasmo walencyjne jest całkowicie zajęte elektronami, a pasmo przewodnictwa całkowicie puste.
- Ze wzrostem temperatury w paśmie przewodnictwa pojawiają się elektrony, a w paśmie walencyjnym puste miejsca po elektronach, tzw. dziury. W półprzewodniku mamy jednocześnie prąd elektronów i dziur.
- Jeżeli ilość dziur w paśmie walencyjnym równa jest ilości elektronów w paśmie przewodnictwa $p = n$, to półprzewodnik taki jest półprzewodnikiem samoistnym.
- Jeżeli występuje przewaga elektronów w paśmie przewodnictwa lub przewaga dziur w paśmie walencyjnym, to półprzewodnik taki nazywa się półprzewodnikiem domieszkowym.

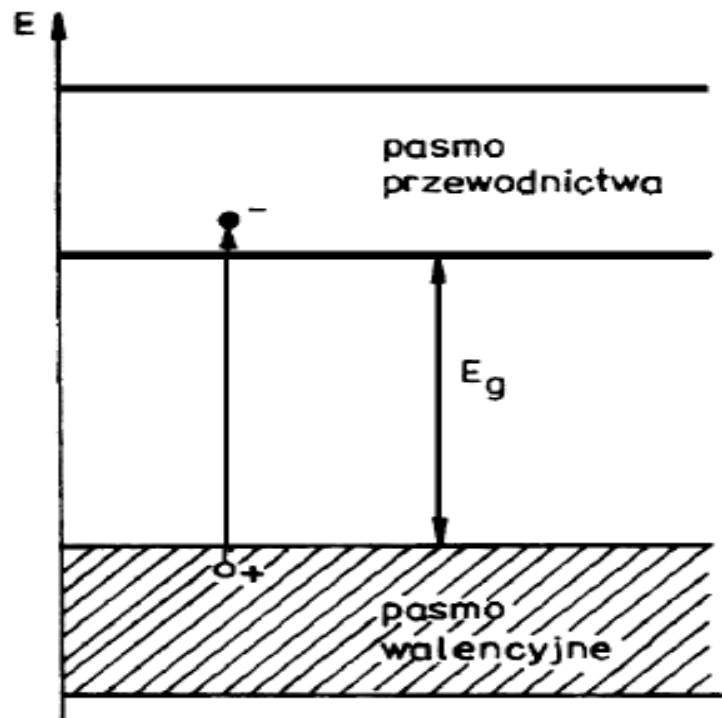
Półprzewodniki samoistne (np. Si, Ge). Pierwiastki te należą do IV grupy układu okresowego.



Uwolniony elektron może brać udział w przewodzeniu prądu. Jednym ze sposobów dostarczenia energii elektronom jest zwiększenie energii termicznej poprzez podwyższenie temperatury kryształu. Wartość **energii aktywacji E** wyrażana jest w elektronowoltach:

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Prąd elektryczny w półprzewodnikach



Rys. Tworzenie pary nośników elektron - dziura w półprzewodniku

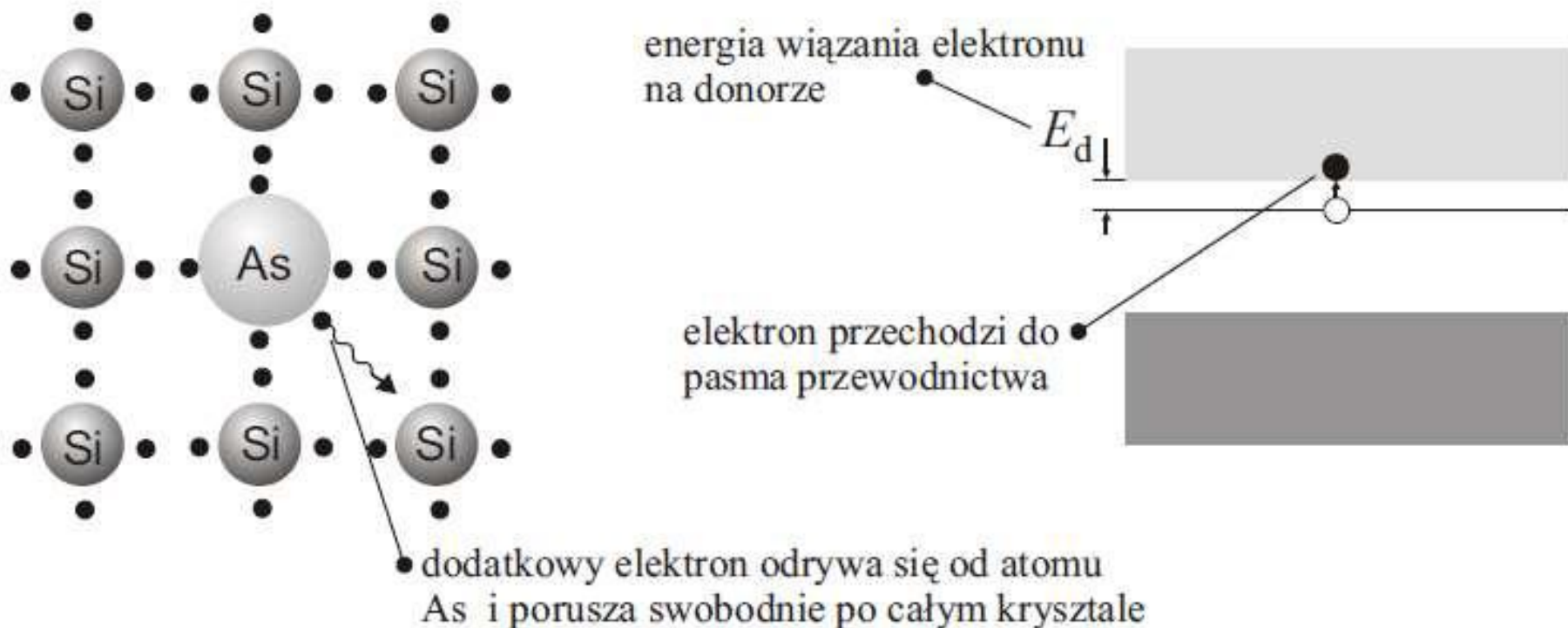
W przewodzeniu prądu w półprzewodniku uczestniczą nie tylko elektrony swobodne. W wyniku oderwania się elektronu od atomu powstaje wolne miejsce, tzw. *dziura*, która łatwo może być wypełniona przez elektron z sąsiedniego wiązania.

W efekcie *dziury* przemieszczają się w stronę przeciwną do ruchu elektronów, zachowują się więc jak swobodne ładunki dodatnie. Jeśli mamy do czynienia z półprzewodnikiem czystym i bez defektów wewnętrznych, to koncentracja dziur i elektronów swobodnych jest taka sama i **przewodnictwo**, w tym przypadku, nazywane jest *przewodnictwem samoistnym*.

Koncentracja nośników samoistnych w półprzewodniku jest niewielka i ulega istotnej zmianie ze zmianą warunków zewnętrznych, takich jak temperatura czy oświetlenie.

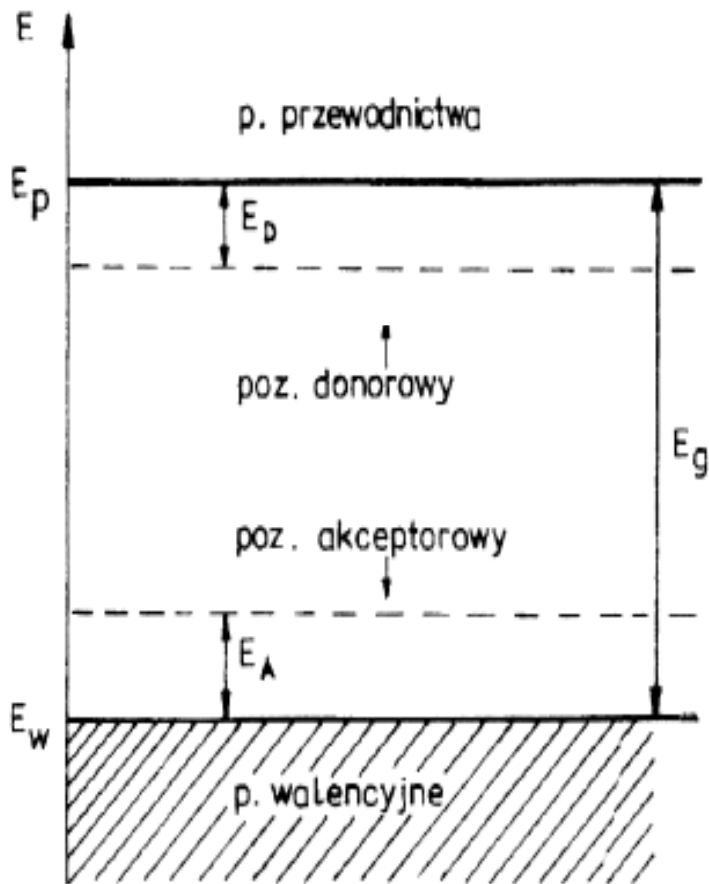
Dla krzemu: $E_g = 1,12 \text{ eV}$.

Półprzewodniki – typu n



Rys. Schemat struktury krzemu z domieszkowym atomem arsenu. Półprzewodnik typu n

•Liczbę dziur lub elektronów w półprzewodnikach możemy bardzo łatwo zwiększyć przez odpowiednie domieszkowanie kryształu. Jeśli wprowadzimy do czterowartościowego półprzewodnika niewielką ilość pierwiastka pięciowartościowego (fosfor, antymon arsen), zwiększamy liczbę elektronów swobodnych. Taki półprzewodnik jest *półprzewodnikiem typu n*, a zjonizowane atomy domieszkowe dostarczające jeden elektron nazywane są *donorami*.

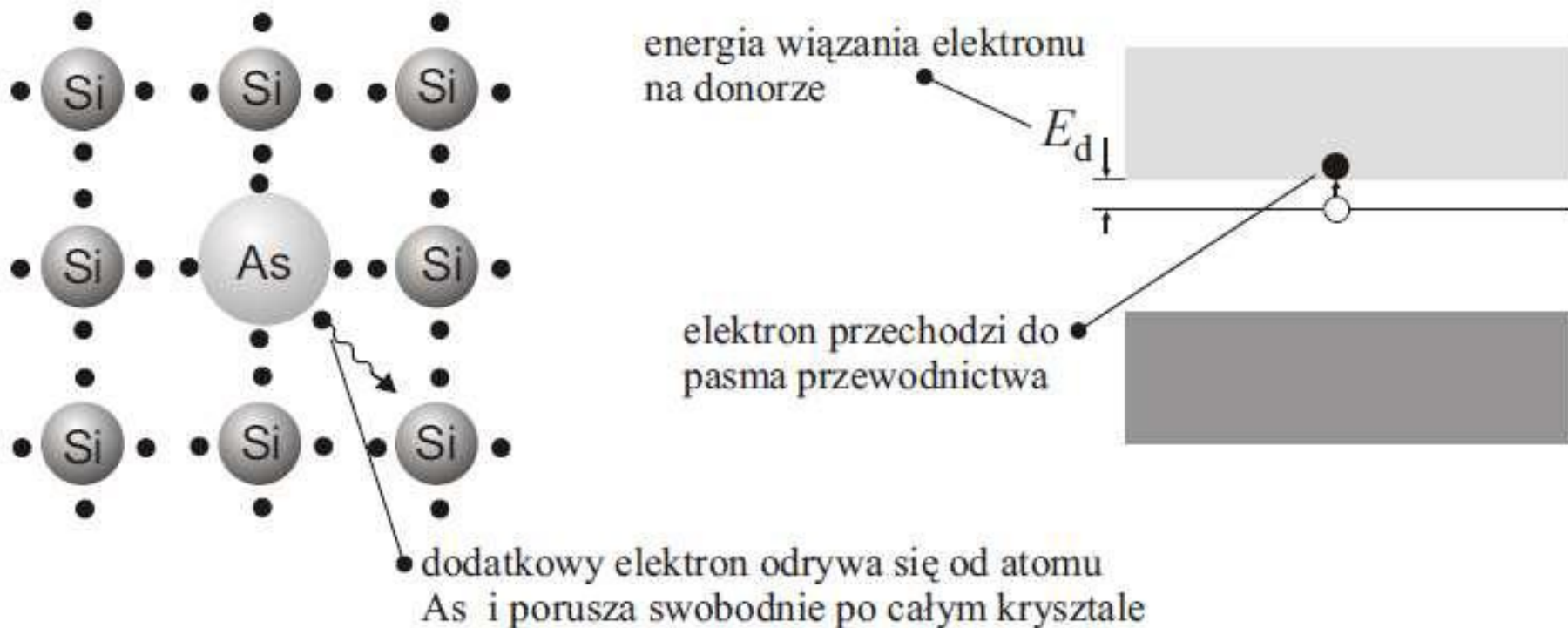


Rys. Schemat energetyczny półprzewodnika zawierającego dwa rodzaje domieszek.

• **Obecność atomów trójwartościowych (bor, aluminium) w germanie lub krzemie powoduje zwiększenie liczby dziur, ponieważ atomy takie mają trzy elektrony walencyjne, które utworzą wiązania tylko z trzema elektronami atomu germanu lub krzemu.**

Czwarte wiązanie pozostanie niepełne — **tworzy dziurę**, która może być łatwo wypełniona przez elektron z sąsiedniego atomu Ge lub Si. Taki półprzewodnik **jest półprzewodnikiem typu p**, a atomy domieszkowe zwiększające liczbę dziur nazywamy

Półprzewodniki – typu n



Rys. Schemat struktury krzemu z domieszkowym atomem arsenu. Półprzewodnik typu n

- Liczbę dziur lub elektronów w półprzewodnikach możemy bardzo łatwo zwiększyć przez odpowiednie domieszkowanie krystalu. Jeśli wprowadzimy do czterowartościowego półprzewodnika niewielką ilość pierwiastka pięciowartościowego (fosfor, antymon, arsen), zwiększamy liczbę elektronów swobodnych. Taki półprzewodnik jest *półprzewodnikiem typu n*, a zjonizowane atomy domieszkowe dostarczające jeden elektron nazywane są *donorami*.

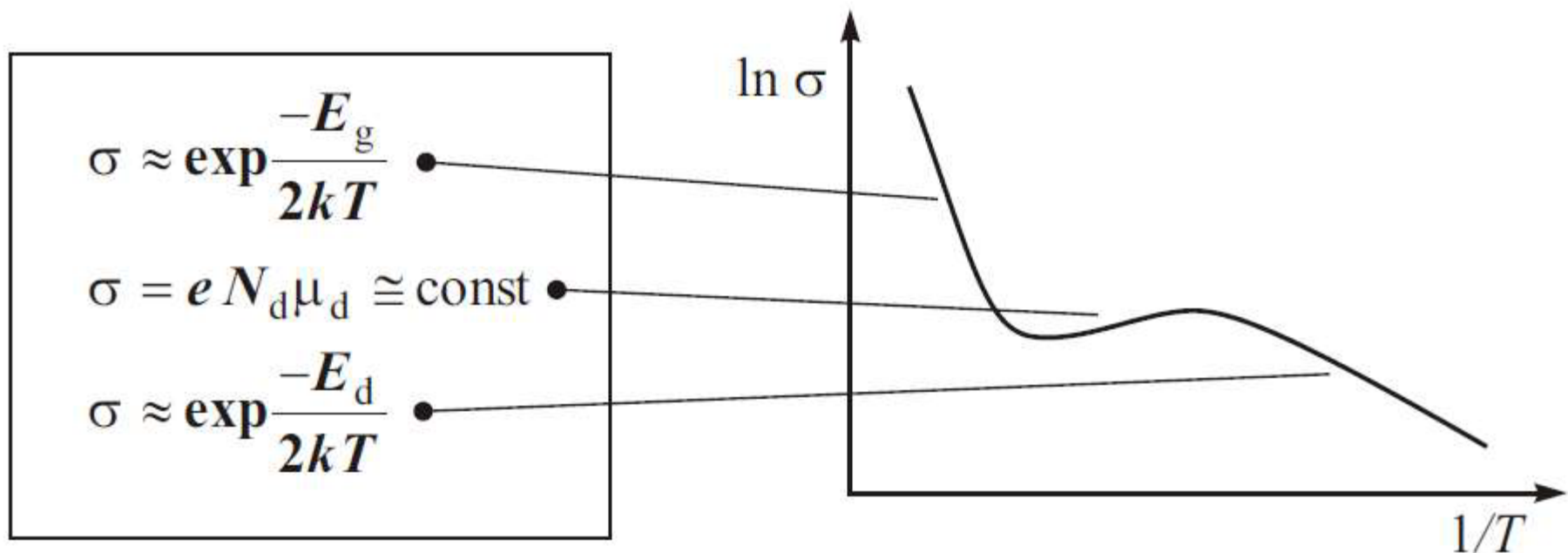
Elektrony w ciałach stałych

□ **Przewodnictwo właściwe półprzewodnika**, w którym koncentracja elektronów swobodnych i dziur wynosi odpowiednio ρ_e i ρ_p przedstawione jest wzorem:

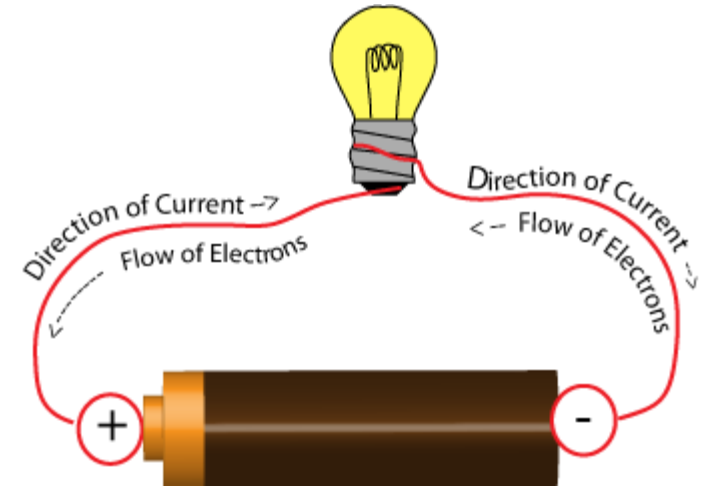
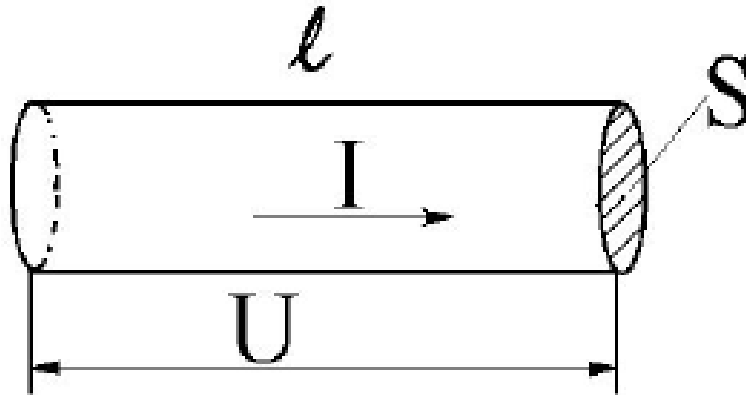
$$\sigma = e\rho_e\mu_e + e\rho_p\mu_p,$$

gdzie: μ_e, μ_p , są to ruchliwości elektronów i dziur.

Zależność koncentracji elektronów i dziur od temperatury w półprzewodniku



Prawo Ohma* ($U = \text{const}$):



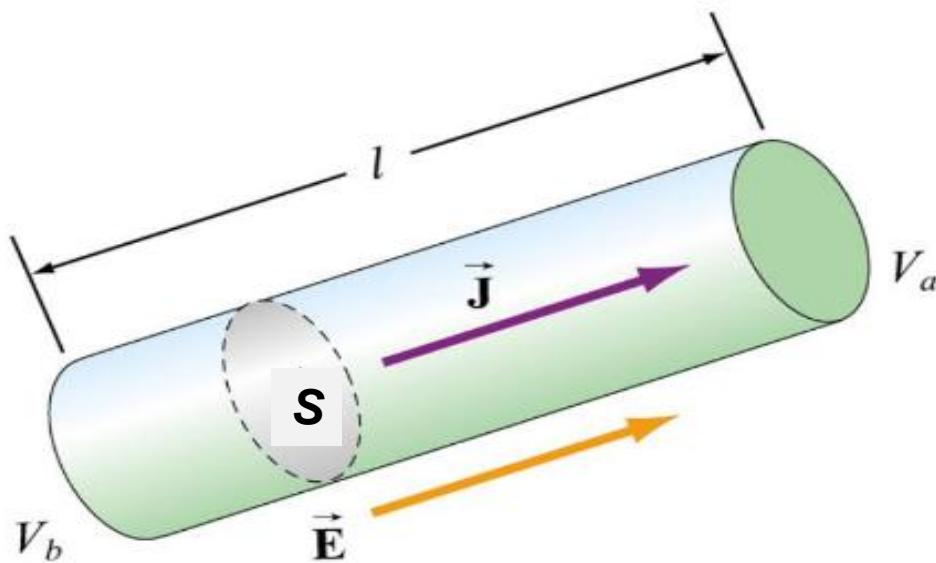
Jeżeli między końcami przewodnika wytworzymy różnicę potencjałów (napięcie), to natężenia prądu przepływającego przez ten przewodnik jest wprost proporcjonalne do wielkości tego napięcia.

$$I = \text{const} \cdot U$$

$$\text{lub } I = \frac{U}{R}$$

Niemiecki fizyk Georg Simon Ohm (1787–1854)

Definicja oporu elektrycznego



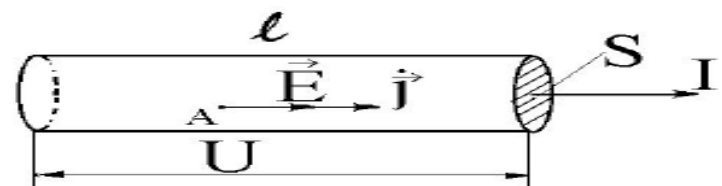
Iloraz :

$$R = \frac{U}{I}$$

$$1\Omega = 1V/A.$$

nazywamy **oporem elektrycznym** lub **opornością (rezystancją)** przewodnika.

Definicja oporu właściwego (ρ).



W metalach, wektor gęstości prądu (\vec{j}) jest proporcjonalny do natężenie pola elektrycznego (\vec{E}), wtedy:

$$\vec{E} = \rho \vec{j} \quad \text{stąd} \quad \rho = \frac{\vec{E}}{\vec{j}}, \quad [\rho] = [1\Omega m]$$

opór właściwy

Wielkość ta charakteryzuje materiały pod względem przewodnictwa elektrycznego.

➤ Definicja

Odwrotność oporu właściwego, to **konduktywność** (σ , **przewodnictwo właściwe**)

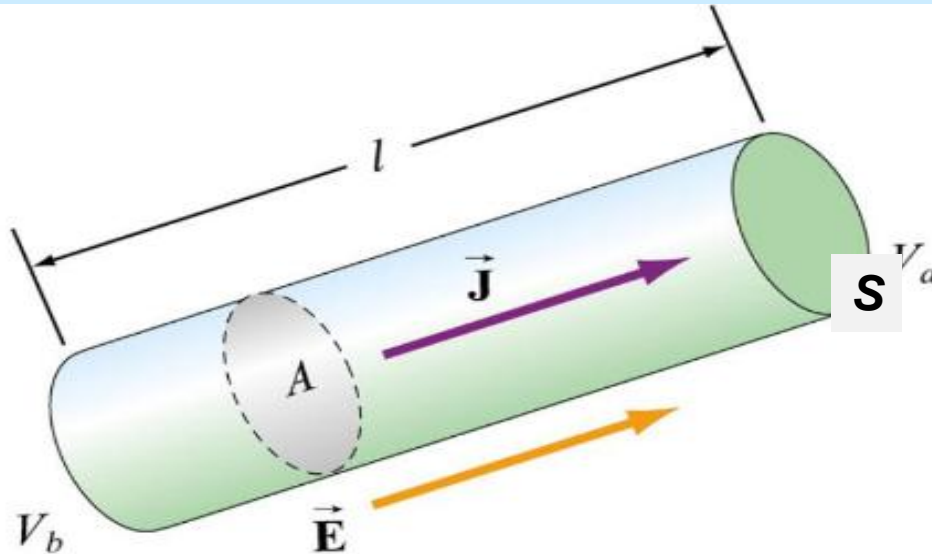
$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{\vec{j}}{\vec{E}}, \quad 1S = \frac{(A/m^2)}{(N/C)} = \frac{(A/m^2)}{(V/m)} = \frac{A}{V \cdot m}$$

Jednostką przewodnictwa jest simens (1S)

Powyższe równanie nosi nazwę mikroskopowego prawa Ohma.

Materiał spełniający to prawo nazywamy opornikiem ohmowym.

➤ Opór prostoliniowego przewodnika z prądem



Założmy, że różnica potencjałów $\Delta V = V_B - V_a$ generuje pole elektryczne w przewodniku o natężeniu \mathbf{E} i przepływ prądu o natężeniu I . Jeżeli pole jest jednorodne, to:

$$\Delta V = V_B - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E \cdot l$$

$$R = \frac{U}{I}$$

Zwiążemy teraz opór właściwy (ρ) z oporem R :

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{(\Delta V / l)}{(I / S)} = \frac{R \cdot S}{l}$$

Ostatecznie:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- opór przewodnika z prądem.

Podział substancji:

Wielkością charakteryzującą zdolność substancji do przewodzenia prądu jest jej opór właściwy ρ .

- przewodniki $\rho < 10^{-6} \Omega \cdot \text{m},$
- półprzewodniki $10^{-6} \Omega \cdot \text{m} < \rho < 10^8 \Omega \cdot \text{m},$
- izolatory $10^8 \Omega \cdot \text{m} < \rho .$

Warto zwrócić uwagę, że oporność właściwa dla przewodnika i izolatora różnią się między sobą o 24 rzędy wielkości! Jest to największa rozpiętość wartości jakiegokolwiek wielkości fizycznej.

Czy istnieją materiały, których opór jest równy zero?

Tak. Istnieją materiały, które nie mając oporu! Nadprzewodniki.

Właściwy podział materiałów ze względu na opór to:

- izolatory,
- półprzewodniki,
- przewodniki,
- nadprzewodniki

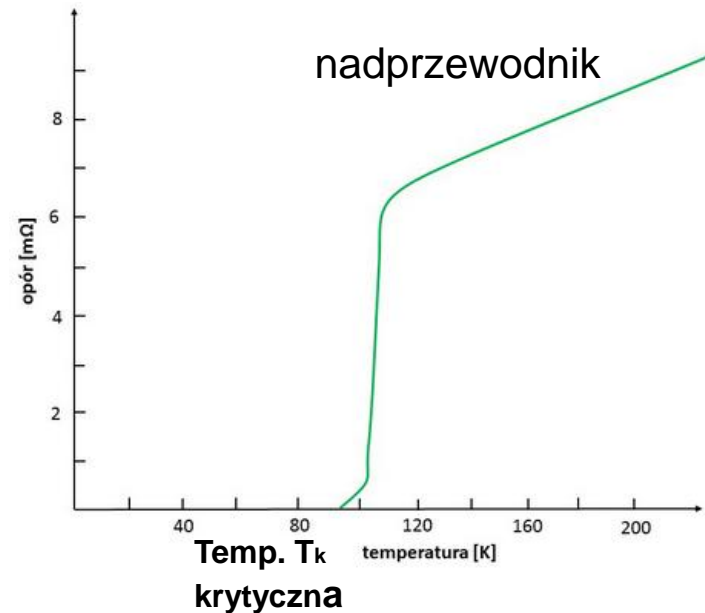
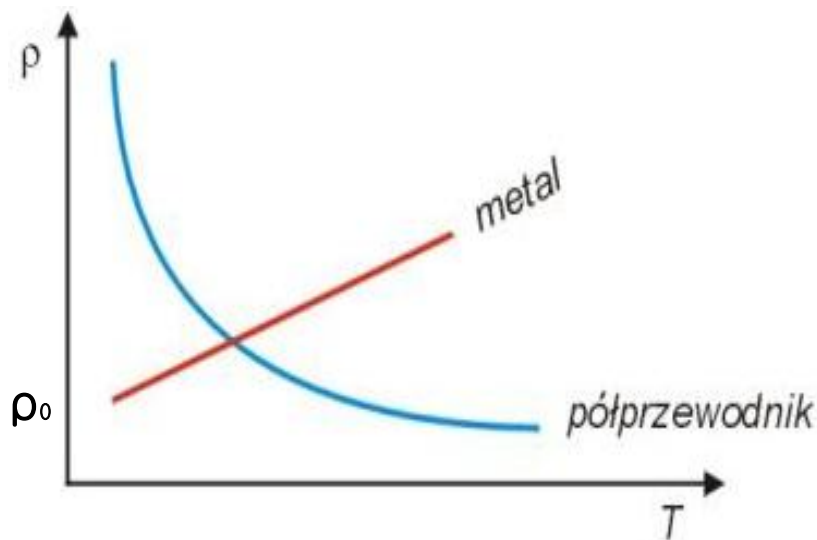
ZALEŻNOŚĆ OPORU OD TEMPERATURY.

A. DLA PRZEWODNIKÓW.

Prąd elektryczny w przewodniku, opisany prawem Ohma zmienia się, gdy zmienia się temperatura przewodnika. Dzieje się tak dlatego, gdyż opór R nie jest stały, ale w istocie zmienia się liniowo w funkcji temperatury:

$$R(T) = R_0 + \alpha R_0 \Delta T$$

gdzie: R_0 oznacza opór w temperaturze $0\text{ C}=273\text{K}$, α - temperaturowy wsp. oporu ele.
 $\Delta T = T - T_0$ różnicę temperatur w skali Kelvina.



Rys. Zależność oporu właściwego (ρ) od temperatury dla różnych materiałów, ρ_0 - oporność resztkowa (zależna od rodzaju i koncentracji defektów stałych) .

ZALEŻNOŚĆ OPORU OD TEMPERATURY

B. DLA PÓŁPRZEWODNIKÓW

Zależność oporu półprzewodnika od temperatury jest nieliniowa i można przedstawić następująco:

$$R(T) = A \cdot e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$$

gdzie: **A** - wielkość **stała** (współczynnik proporcjonalności);

$\Delta E = E_g/2$, **to energia aktywacji** . Jest energią potrzebną do przeniesienia elektronu do pasma przewodnictwa. E_g – przerwa energetyczna;

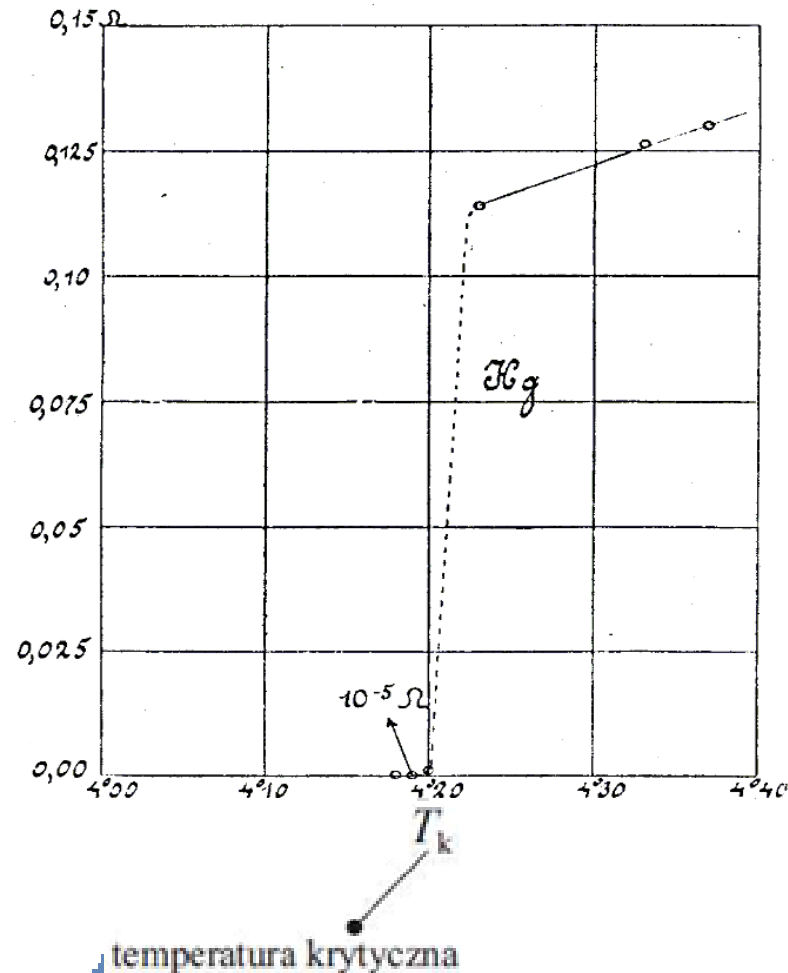
T -**temperatura** w skali Kelvina; **k**- **stała Boltzmannna**.

W półprzewodniku samoistnym energia aktywacji E równa jest szerokości przerwy wzbronionej. W półprzewodnikach domieszkowych E określa bezwzględną wartość odległości energetycznej poziomu donorowego od pasma przewodnictwa lub poziomu akceptorowego od pasma walencyjnego.

Odkryte w 1911r. przez Heike Kamerlingh Onnes'a (1853-1926) podczas badania oporu elektrycznego rtęci w niskich temperaturach (Nagroda Nobla w 1913) . Poniżej temperatury krytycznej 4,2 K opór elektryczny spada do zera. Zerowy opór oznacza, że elektrony płyną przez nadprzewodnik bez strat energii - prąd wzbudzony w nadprzewodzącym pierścieniu płynie przez wiele lat bez dodatkowego zasilania.

Nadprzewodnictwo

Materiał, w którym całkowicie zanika opór elektryczny staje się nadprzewodnikiem. Nadprzewodnik jest też doskonałym diamagnetykiem - to znaczy, że jeżeli znajdzie się w polu magnetycznym, to nie będzie ono wnikać do jego wnętrza.

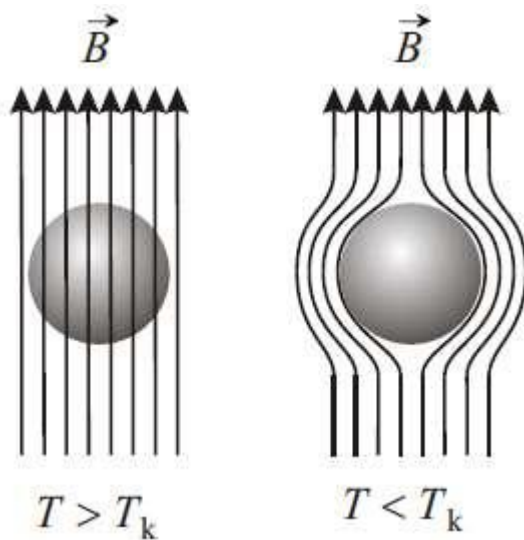


Rys. Wykres zależności oporu elektrycznego od temperatury dla czystej rtęci uzyskany przez Heike Kamerlingh Onnes'a .

<http://home.agh.edu.pl>

Nadprzewodnictwo - Zjawisko Meissnera

Jeżeli nadprzewodnik ochłodzony do temperatury niższej od temperatury T_k zostanie umieszczony w polu magnetycznym, to linie indukcji magnetycznej nie przenikają przez niego, ale go omijają.



W warstwie powierzchniowej nadprzewodnika pojawi się prąd elektryczny o natężeniu takim, by wytworzyć pole magnetyczne kompensujące to docierające z zewnątrz, z magnesu. Powstaje wtedy poduszka magnetyczna utrzymująca magnes nad nadprzewodnikiem lub nadprzewodnik nad magnesem. Mówimy wtedy o **efekcie lewitacji**.

Inny podział w zależności od rodzaju przejścia fazowego między fazą nadprzewodzącą a „normalną”:

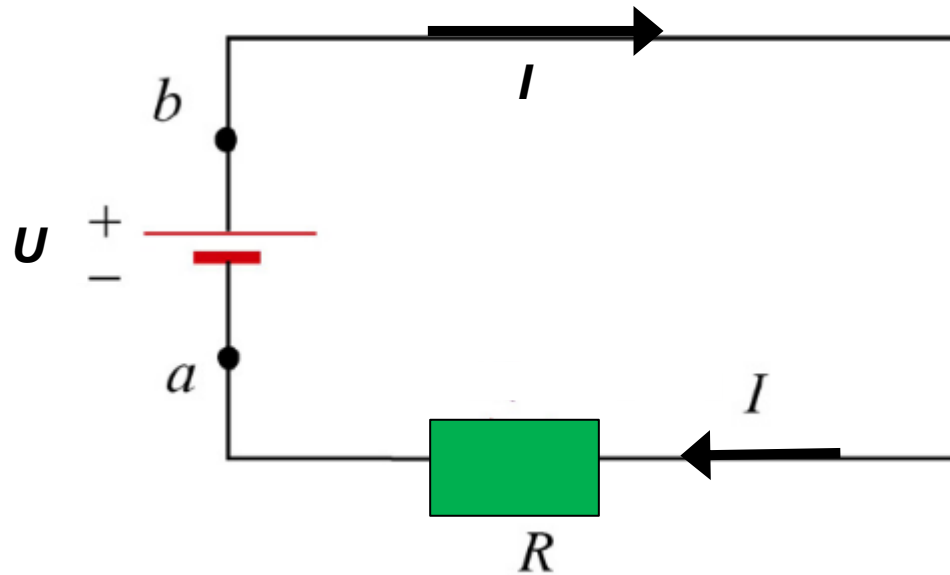
1. nadprzewodnictwo I rodzaju (przejście fazowe pierwszego rodzaju)
2. nadprzewodnictwo II rodzaju (przejście fazowe drugiego rodzaju)

Zastosowania: olbrzymie!

1. Możliwość przesyłania prądu bez strat,
2. wytwarzanie dowolnie dużych pól magnetycznych, tomografia PET, NMR
3. lewitacja, komunikacja – pociągi magnetyczne
4. zjawisko Josephsona, złącze Josephsona - SQUID, pomiar dowolnie małych pól magnetycznych
5. inne, jeszcze nieznanne zastosowania.

PRACA I MOC PRĄDU ELEKTRYCZNEGO

Rozpatrzmy zamknięty układ elektryczny przedstawiony na rysunku.



Układ zawiera rezystancję R , a napięcie między okładkami baterii wynosi $U = \Delta V = V_b - V_a > 0$. Jeżeli ładunek dq zostanie przemieszczony przez baterię, to **praca** (dW) wykonana przez napięcie U , przy przesunięciu tego ładunku wynosi:

$$dW = U \cdot dq = U \cdot I dt$$

PRACA I MOC PRĄDU ELEKTRYCZNEGO

Całkowita praca wykonana w czasie t będzie równa:

$$W = \int_0^t dW = \int_0^t U \cdot I dt = U \cdot I \cdot t$$

Praca ta zamienia się w ciepło i jest to ciepło Joula-Lenza.

Z drugiej strony ten sam ładunek płynący przez opornik w obwodzie traci swoją energię wskutek zderzeń z atomami opornika. Jeżeli zaniedbamy oporność baterii i przewodów łączących, to płynący ładunek nie traci dodatkowo energii. Zatem strata energii ładunku

dq wynosi:

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Otrzymany wzór określa także moc dostarczaną obwodowi przez baterię !

➤ Definicja

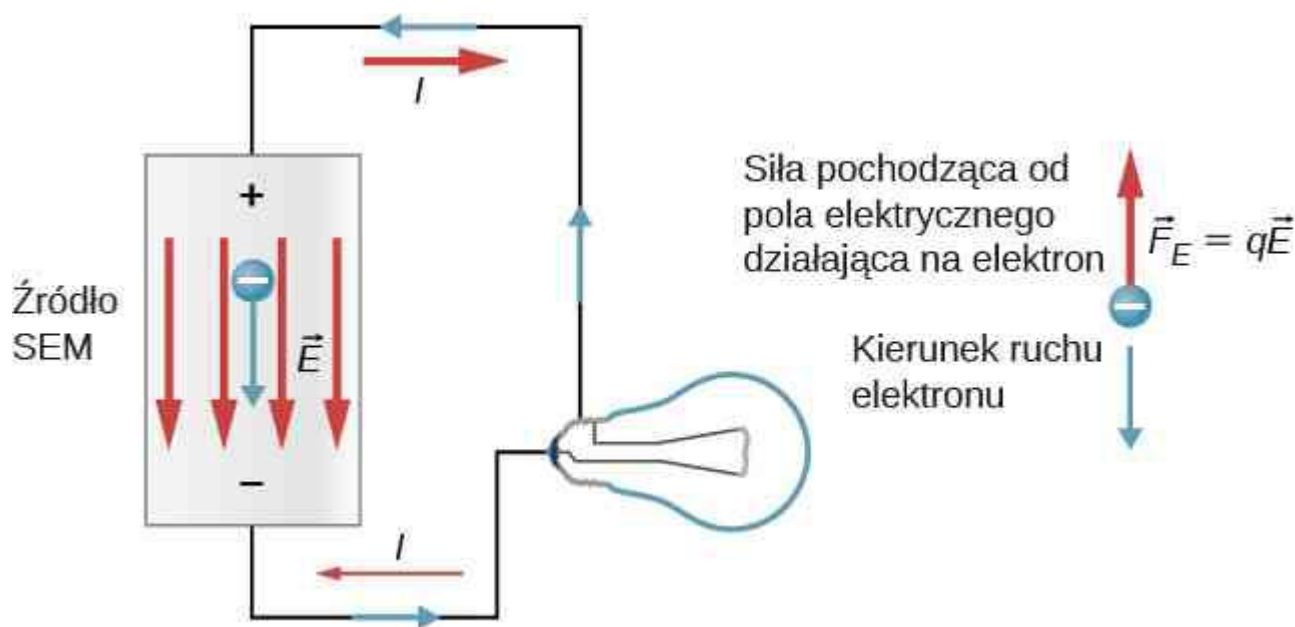
Moc prądu:

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I$$

Jednostką pracy (ciepła) jest 1 J (Joul),
a jednostką mocy jest Wat (kilowat kW, gigawat GW), $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ V A}$.

SIŁA ELEKTROMOTORYCZNA (SEM)

Do wytworzenia prądu stałego niezbędne jest urządzenie, utrzymujące stałą różnicę potencjałów między końcami przewodnika. Źródło energii - np.: bateria, akumulator, prądnica, komórka fotowoltaiczna - płynącej w każdym obwodzie elektrycznym nazywane jest źródłem siły elektromotorycznej (SEM).

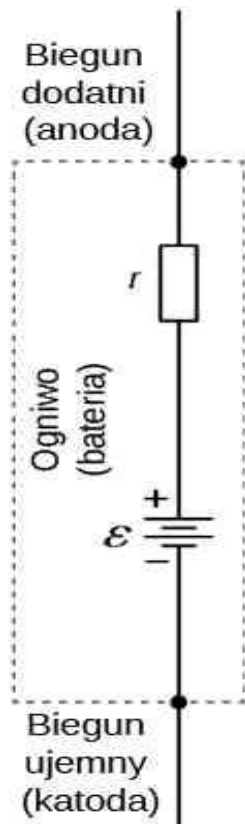


Rys. źr.: „Fizyka dla szkół wyższych” S. Ling, J. Sanny, W. Moebs

Mówimy o źródle tej energii jako o pompie ładunków, która powoduje przemieszczanie się ładunków elektrycznych z punktu o mniejszym potencjale do punktu o potencjale wyższym.

Prąd elektryczny płynie od punktów o wyższym potencjale do punktów o potencjale niższym.

SIŁA ELEKTROMOTORYCZNA (ε , SEM) – definicja:



$$\varepsilon \equiv \frac{dW}{dq}$$

$$[1V] = \left[\frac{1J}{1C} \right]$$

Jednostką SEM jest volt (V).

Rys. źr.: „Fizyka dla szkół wyższych” S. Ling, J.Sanny, W. Moebis

Siła elektromotoryczna (ε) określa więc pracę konieczną do przeniesienia jednostkowego ładunku w kierunku rosnącego potencjału.

Przypomnienie ☺

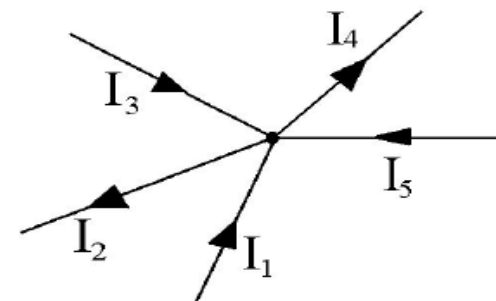
Prąd elektryczny płynie od punktów o wyższym potencjale do punktów o potencjale niższym.

Prawa Kirchhoffa - dotyczące węzłów

W każdym obwodzie możemy wyróżnić tzw. węzły i oczka.
Przez węzeł rozumiemy punkt połączenia co najmniej trzech przewodów (rys.)

I prawo Kirchhoffa:

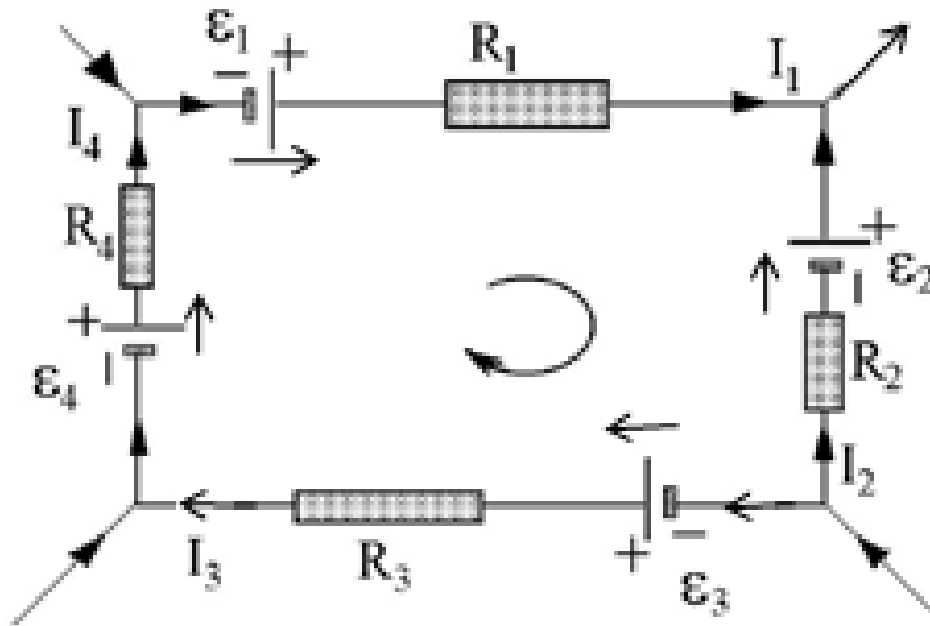
$$\sum_{i=1}^n I_i = \sum_{j=1}^n I_j$$



Rys. Rozgałęzienie prądu.

Suma natężeń prądów wpływających do węzła sieci jest równa sumie natężeń wszystkich prądów wypływających.

II prawo Kirchhoffa - dotyczące napięć w oczku:



$$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i$$

Rys.. Oczko - dowolny zamknięty fragment obwodu .

W zamkniętym obwodzie elektrycznym (oczku), suma algebraiczna sił elektromotorycznych równa się sumie algebraicznej spadków napięć.

WNIOSEK:

Uogólnione prawo Ohma stanowi szczególny przypadek drugiego prawa Kirchhoffa.

UMOWNE KIERUNKI OBCHODZENIA OBWODÓW:

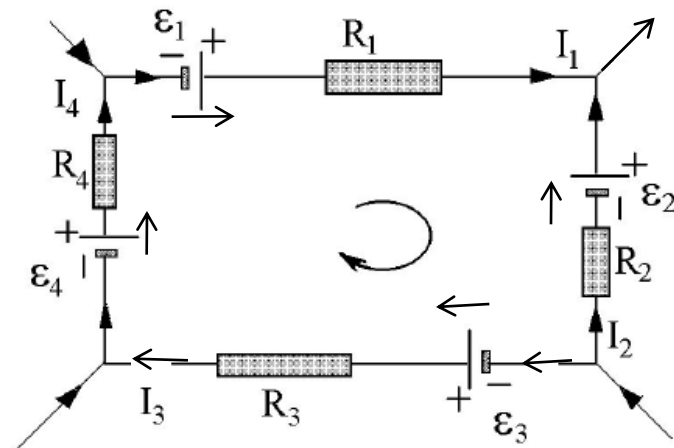
Przy stosowaniu II prawa Kirchhoffa należy przestrzegać określonej konwencji, dotyczącej znaków prądów i sił elektromotorycznych.

- A) Zwykle wybiera się w dowolny sposób kierunek obiegu oczka (zgodnie z ruchem wskazówek zegara lub przeciwnie). Prąd o kierunku zgodnym z kierunkiem obiegu oczka przyjmujemy za dodatni, w przeciwnym przypadku — za ujemny.
- B) Siłę elektromotoryczną uważamy za dodatnią, jeżeli powodowałaby ona przepływ prądu w kierunku zgodnym z kierunkiem obiegu oczka, a za ujemną w przeciwnym przypadku.

Przykład

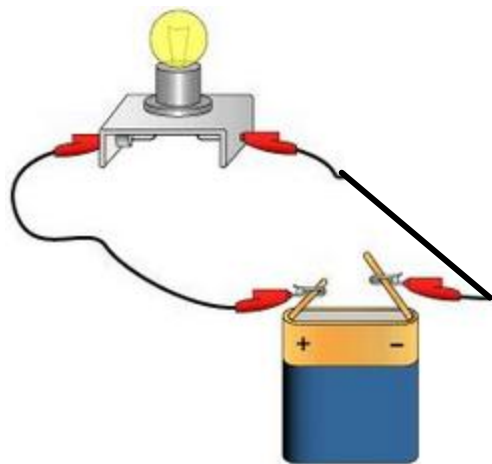
Zastosowanie praw Kirchhoffa do obwodu przedstawionego na rys. 2.

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4$$



Rys. 2.

Użyteczne prawa i zależności dla obwodu zamkniętego.



Rozpatrzmy teraz obwód elektryczny przedstawiony na rys. Załóżmy najpierw, że bateria ma zerowy opór wewnętrzny oraz, że różnica potencjałów między dodatnim i ujemnym jej zaciskiem jest równa ΔV . Oznacza to, że

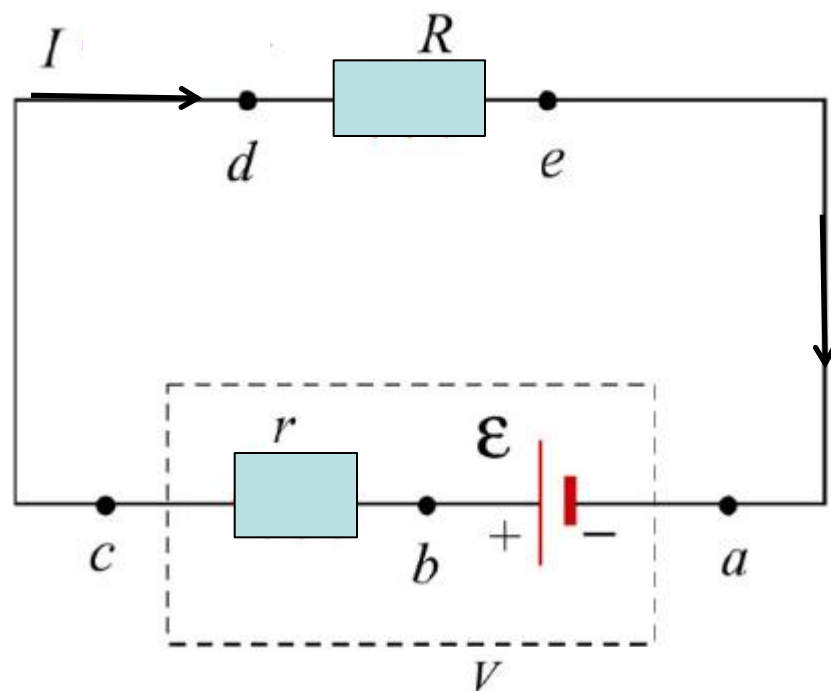
$$\varepsilon = \Delta V.$$

Uruchomienie przepływu prądu w obwodzie elektrycznym jest wynikiem procesu zamiany energii chemicznej na elektryczną. Zauważmy, że SEM to ilość energii chemicznej potrzebnej do uwolnienia jednostkowego ładunku elektrycznego. Proces ten zachodzi w baterii.

Ze względu na zachowawczy charakter pola elektrostatycznego praca W potrzebna do przemieszczenia ładunku po krzywej zamkniętej, tj. po obwodzie zamkniętym wynosi zero.

$$W = -q \oint E \cdot ds = 0.$$

W rzeczywistości bateria ma niezerowy opór elektryczny, więc rzeczywisty obwód ma postać:



Różnica potencjałów na zaciskach baterii jest teraz równa:

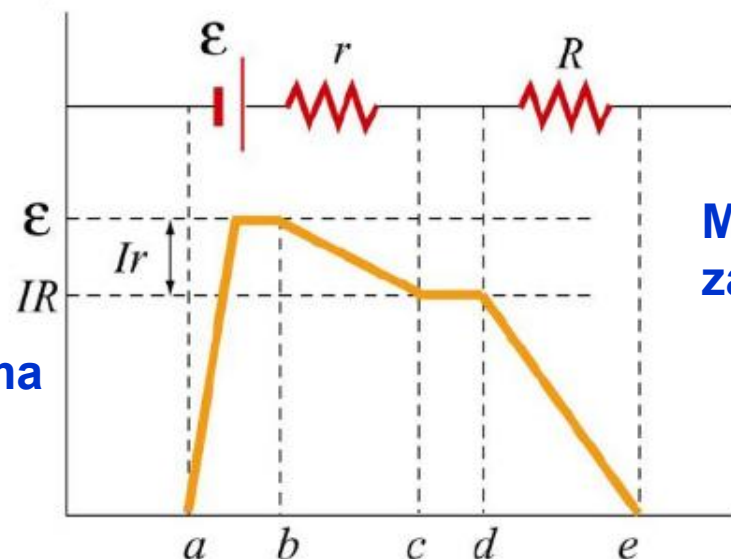
$$\Delta V = \varepsilon - IR.$$

Ponieważ pole jest zachowawcze, otrzymujemy **PRAWO OHMA DLA UKŁADU ZAMKNIĘTEGO**:

$$\varepsilon - IR - Ir = 0$$

Graficznie spadek napięcia w powyższym obwodzie (rys).

Zauważmy, że najwyższy potencjał ma w obwodzie dodatni zacisk baterii.



$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}.$$

Moc prądu w obwodzie zamkniętym wynosi:

$$P = I\varepsilon = I^2(R + r).$$

Przykład 1.- Prawa elektryczności

Dwa akumulatory o siłach elektromotorycznych $\varepsilon_1 = 2\text{ V}$, $\varepsilon_2 = 1,8\text{ V}$ i oporach wewnętrznych $r_1 = r_2 = 0,05\ \Omega$, połączono równolegle i włączono jako źródło prądu do obwodu, którego opór wynosi $R = 2\ \Omega$ (rys.).

- Jakie natężenia prądów płyną we wszystkich częściach obwodu?
- Jakie będzie natężenie prądu w zewnętrznej części obwodu, jeżeli odłączymy akumulator o mniejszej SEM?

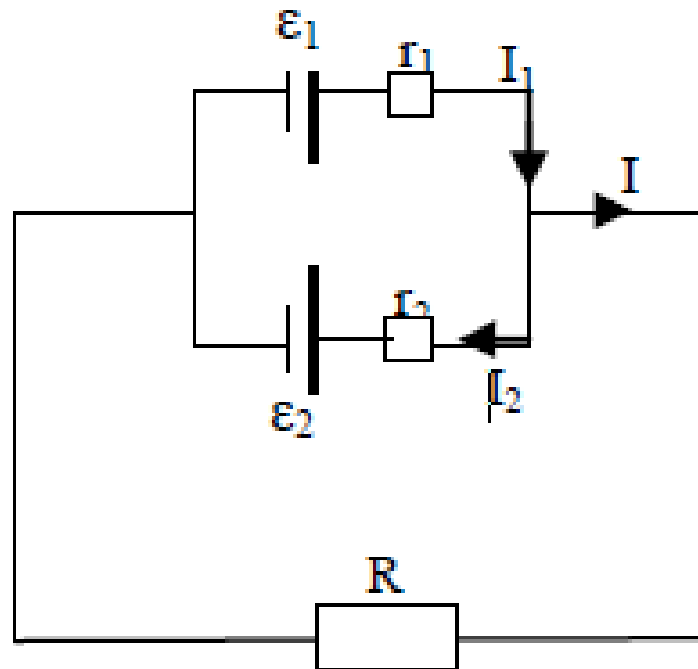
Dane:

$$\varepsilon_1 = 2\text{ V}$$

$$\varepsilon_2 = 1,8\text{ V}$$

$$r_1 = r_2 = 0,05\ \Omega$$

$$R = 2\ \Omega$$

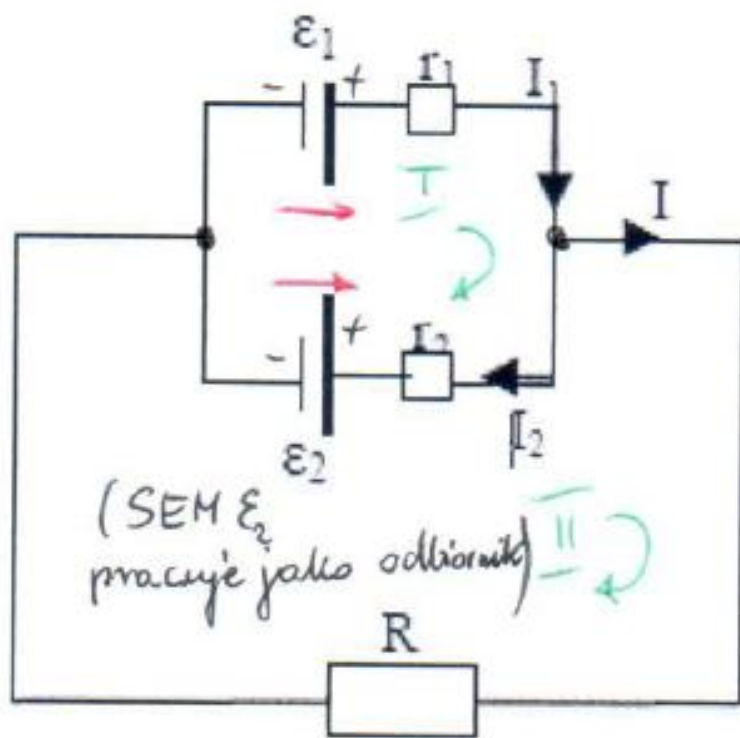


Szukane:

$$\begin{aligned} \text{a) } I_1 &= ? \\ I_2 &= ? \\ I &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } I &= ? \\ \text{Jeżeli odłączymy} \\ \varepsilon_2 &= 1,8\text{ V} \end{aligned}$$

Przykład 1.- rozwiązanie- ad a)



$$\begin{cases} \textcircled{1} & J_1 = J + J_2 \\ \textcircled{2} & \epsilon_1 - \epsilon_2 = J_1 \cdot r_1 + J_2 \cdot r_2 \\ \textcircled{3} & \epsilon_2 = -J_2 r_2 + JR \\ \textcircled{4} & \epsilon_1 = J_1 r_1 + JR \end{cases} \quad | +$$

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = 2JR - J_2 r_2 + J_1 r_1$$

$$\textcircled{5} \quad \epsilon_2 + \epsilon_1 = 2JR + (J_1 - J_2)r$$

$$\text{z } \textcircled{1} : \quad J = J_1 - J_2$$

Przykład 1.- rozwiązanie a)

$$\textcircled{6} \quad \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 = 2JR + Jr$$

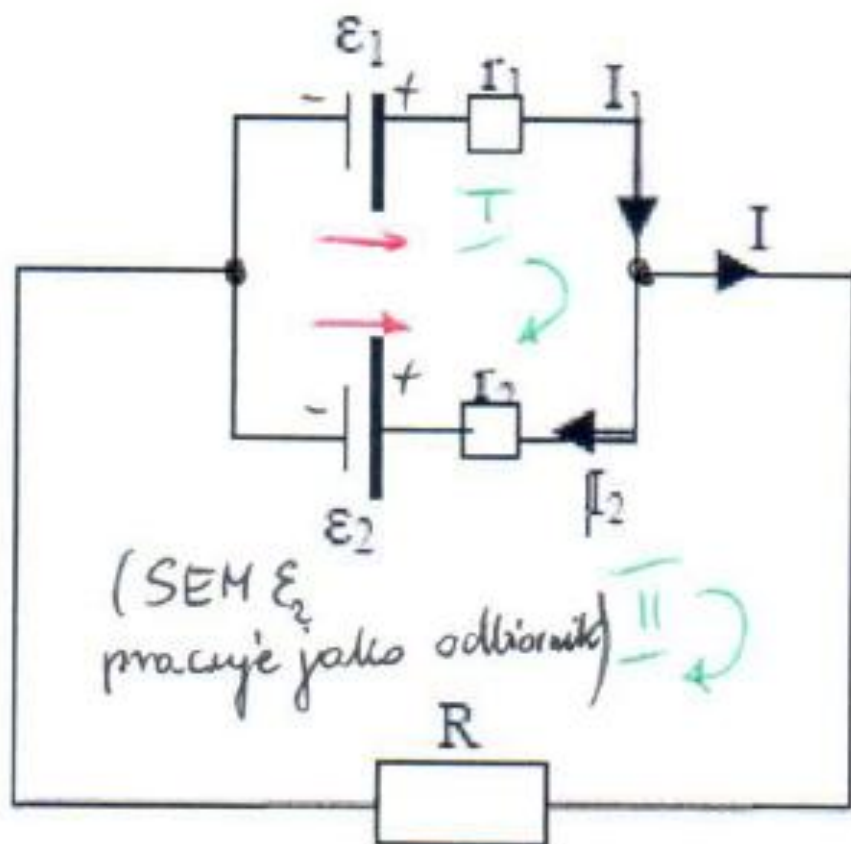
$$J(2R + r) = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1$$

$$\textcircled{7} \quad \boxed{J = \frac{\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1}{(2R + r)}} \Rightarrow J = \frac{1,8\text{V} + 2\text{V}}{2 \cdot 2\Omega + 0,05\Omega} = \underline{\underline{0,938\text{A}}}$$

$$\text{z } \textcircled{4} \quad J_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - JR}{r_1} \Rightarrow J_1 = \frac{2\text{V} - 0,938\text{A} \cdot 2\Omega}{0,05\Omega} = \underline{\underline{2,48\text{A}}}$$

$$\text{z } \textcircled{1} \quad J_2 = J_1 - J \Rightarrow J_2 = \underline{\underline{1,542\text{A}}}$$

Przykład 1.- rozwiązanie- ad b)

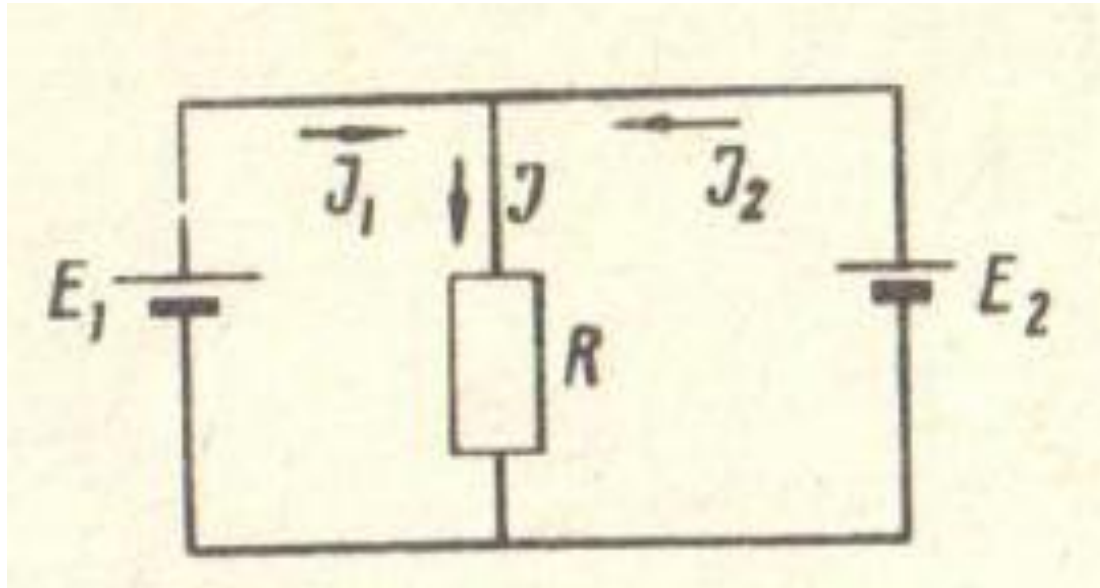


$$\textcircled{7} \quad J = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{(2R + r)}$$

$$z \textcircled{7}: \quad J = \frac{\varepsilon_1}{2R + r} \Rightarrow J = 0,976 \text{ A} \approx \underline{\underline{0,98 \text{ A}}}$$

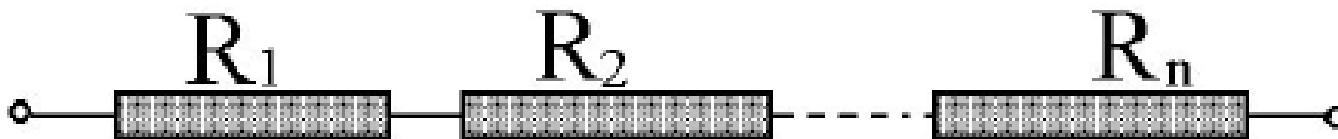
Przykład 2- samodzielnie

Znaleźć natężenia prądów płynące w poszczególnych gałęziach obwodu (rys.) i napięcie na oporze R , jeżeli $\varepsilon_1 = 5 \text{ V}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ V}$, $R = 3 \Omega$, $r_1 = 0,5 \Omega$ i $r_2 = 1 \Omega$



Odp.: $I_1 = 1,6 \text{ A}$; $I_2 = -0,2 \text{ A}$; $I = 1,4 \text{ A}$; $U = 4,2 \text{ V}$

a) Łączenie szeregowe oporników



Opór zastępczy dla układu N **szeregowo połączonych** oporników:

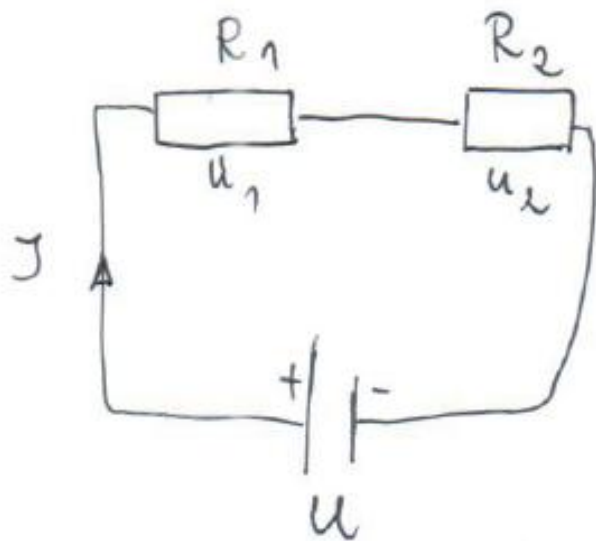
$$R = \sum_i^N R_i$$

Przykład (tablica).

Wyznaczyć opór zastępczy dla dwóch oporników połączonych szeregowo.

Przykład 3.- opór zastępczy

Wyznaczyć opór zastępczy dla dwóch oporników połączonych szeregowo.



$$\textcircled{1} \quad U = u_1 + u_2$$

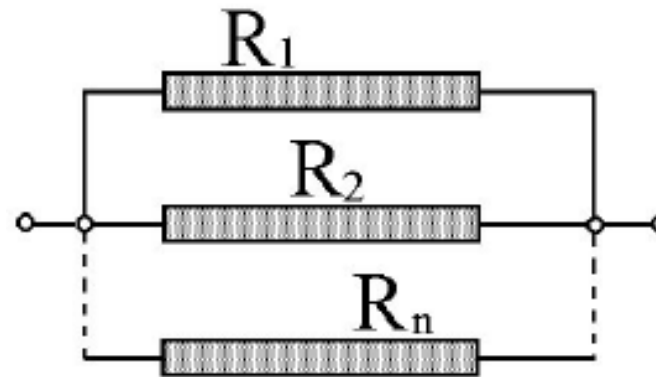
= pr. Ohma:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow \textcircled{2} \quad U = I \cdot R$$

$$\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{1}: I \cdot R_z = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

$$\boxed{R_z = R_1 + R_2} \quad [\Omega]$$

b) Łączenie równoległe oporników:

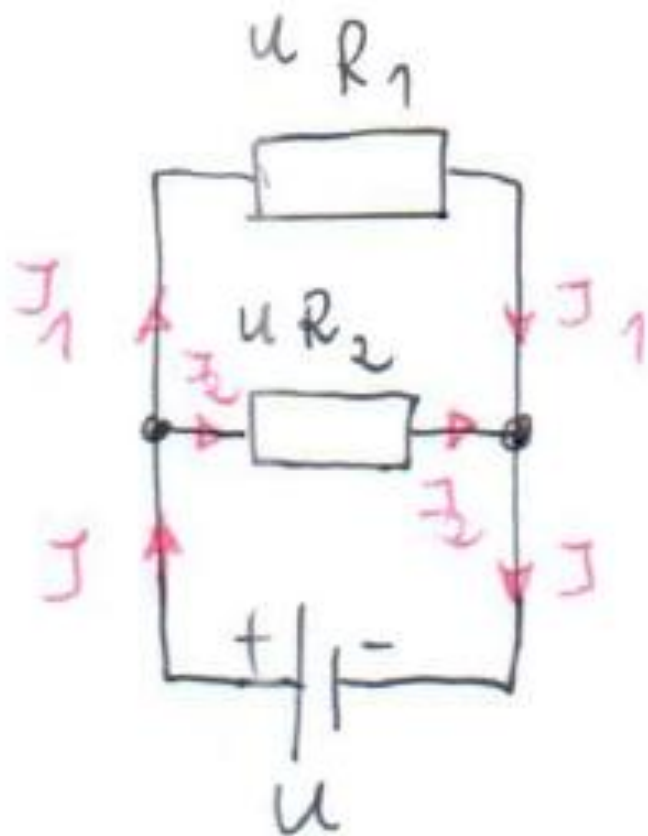


Opór zastępczy układu N równoległe połączonych oporników jest równy:

$$\frac{1}{R} = \sum_i^N \frac{1}{R_i}$$

Przykład 4. – połączenie równoległe

Wyznaczyć opór zastępczy dla dwóch oporników połączonych równoległe.



Z pr. Kirchhoffa:

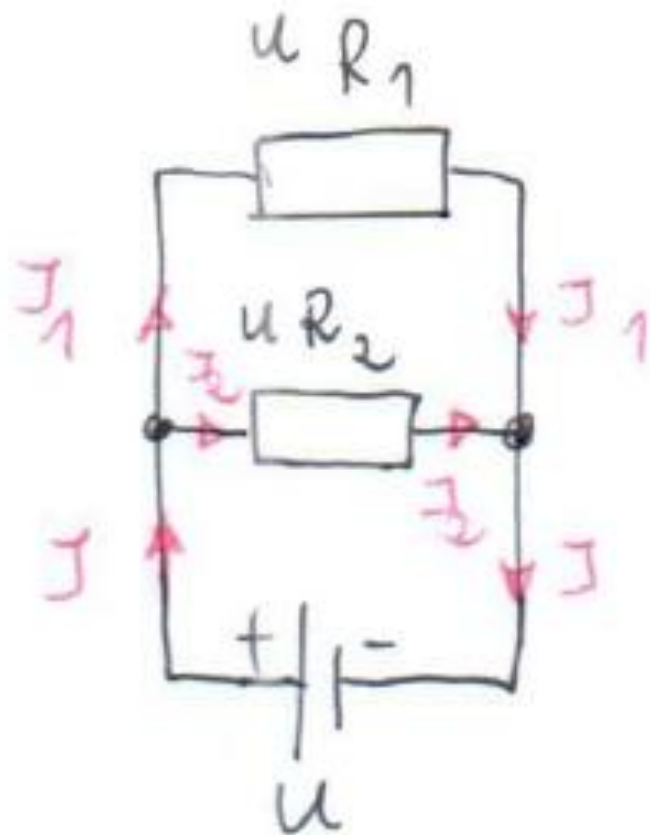
$$\textcircled{1} J = J_1 + J_2$$

$$\textcircled{2} \text{ z pr. Ohma: } \frac{u}{J} = R$$

$$\Downarrow$$
$$\textcircled{2} J = \frac{u}{R}$$

Przykład - opór zastępczy - połączenie równoległe

$$\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{1}: \quad J = J_1 + J_2$$



$$\frac{u}{R_2} = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} \quad | : u$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

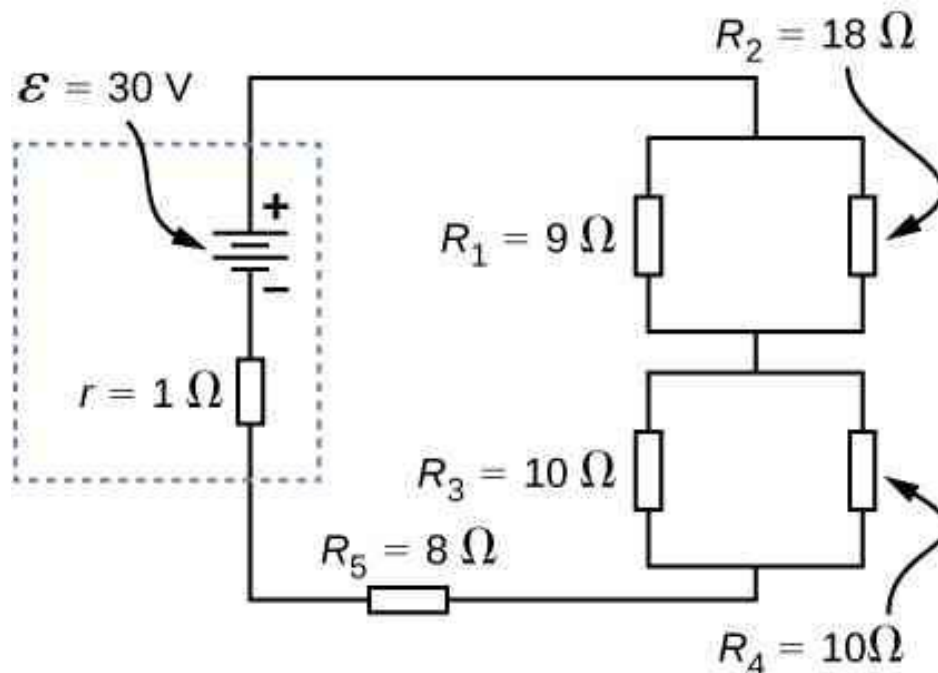
$$\frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

$$R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1} \quad [\Omega]$$

Przykład – samodzielnie 😊

W obwodzie przedstawionym poniżej (rys.), źródło napięcia ma SEM równą $\varepsilon = 30 \text{ V}$ oraz wewnętrzny opór $r_w = 1 \Omega$. Oblicz:

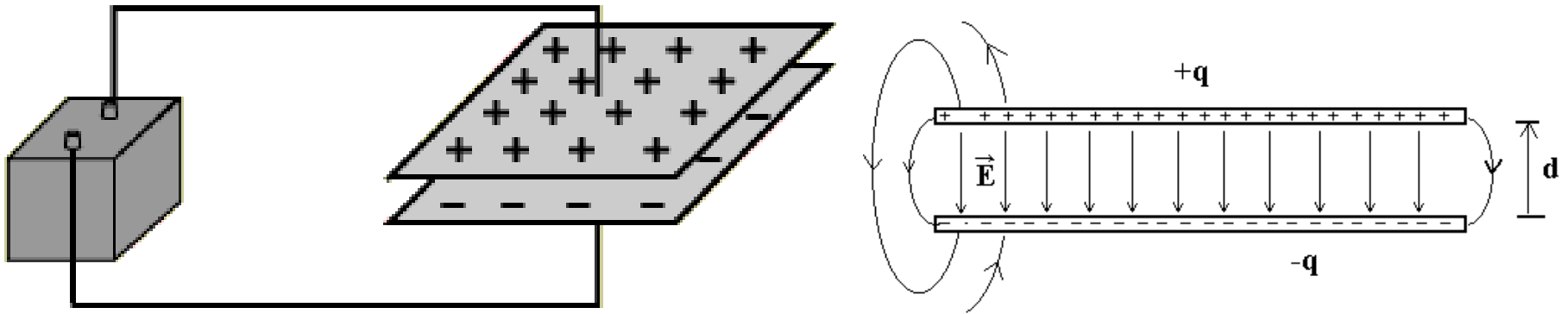
- Zastępczy opór obwodu i natężenie prądu wypływającego ze źródła napięcia;
- Wyznacz natężenie prądu płynącego przez każdy z oporników;
- Oblicz spadek potencjału na każdym oporniku;
- Określ szybkość rozpraszania energii przez każdy opornik;
- Wyznacz całkowitą moc dostarczoną przez źródło napięcia



Odp.: Ad a.) $R_z = 20 \Omega$; b) $I_r = 1,5 \text{ A}$, $I_1 = 1 \text{ A}$, $I_2 = 0,5 \text{ A}$, $I_3 = 0,75 \text{ A}$, $I_4 = 0,75 \text{ A}$, $I_5 = 1,5 \text{ A}$;
c) $U_r = 1,5 \text{ V}$, $U_1 = 9 \text{ V}$, $U_2 = 9 \text{ V}$, $U_3 = 7,5 \text{ V}$, $U_4 = 7,5 \text{ V}$, $U_5 = 12 \text{ V}$; d) $P_r = 2,25 \text{ W}$, $P_1 = 9 \text{ W}$,
 $P_2 = 4,5 \text{ W}$, $P_3 = 5,625 \text{ W}$, $P_4 = 5,625 \text{ W}$, $P_5 = 18 \text{ W}$; e) $P = 45 \text{ W}$.

KONDENSATORY

Układ dwóch przewodników (lub płytek), odizolowanych wzajemnie oraz od otoczenia, który może gromadzić ładunek elektryczny, przy przyłożonej różnicy potencjałów, nazywamy **kondensatorem** (rys.), a te przewodniki okładkami kondensatora.



Rysunek przedstawia **kondensator płaski**, w którym przewodniki (okładki) stanowią dwie równoległe płytki przewodzące o polu powierzchni S . Podłączona bateria transportuje ładunki z jednej płyty kondensatora na drugą, dopóki napięcie między płytami kondensatora nie zrówna się z napięciem baterii.

POJEMNOŚĆ ELEKTRYCZNA KONDENSATORA

➤ Wielkością charakteryzującą kondensator jest jego **pojemność**, którą definiujemy następująco:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$[1F] = [1C/1V].$$

Pojemnością elektryczną nazywamy stosunek ładunku kondensatora do różnicy potencjałów (napięcia) między okładkami.

Jednostką pojemności elektrycznej jest **farad (F)**:

▪ Jeden farad jest więc pojemnością przewodnika, na którym ładunek jednego kulomba wytwarza potencjał jednego volta. Farad jest stosunkowo dużą jednostką pojemności; w praktyce pojemność wyraża się zwykle w podwielokrotnościach farada, np. mikrofaradach ($1\mu F = 10^{-6} F$), nF, pF.

Należy zauważyć, że stałej dielektrycznej próżni ϵ_0 można przypisać wymiar:

$$[\epsilon_0] = \frac{C^2}{N \cdot m^2} = \frac{C^2}{J \cdot m} = \frac{C^2}{C \cdot V \cdot m} = \frac{F}{m}. \quad (7.2) \quad \text{Wartość: } \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot F/m.$$

PODZIAŁ KONDENSATORÓW

Pojemność (C) zależy od:

- (a) kształtu, rozmiaru i wzajemnego położenia płytek
- (b) materiału który wypełnia przestrzeń pomiędzy płytkami.

Podział kondensatorów :

A) ze względu na konstrukcję :

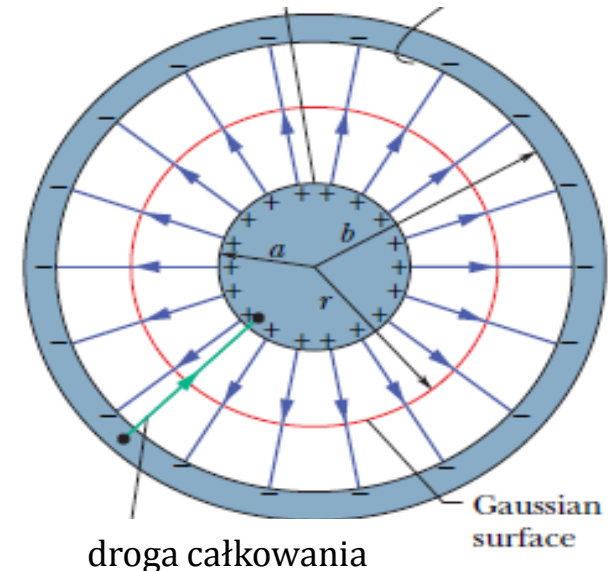
- **elektrolityczne** (dielektrykiem jest cienka warstwa tlenku, a osadzona elektrolitycznie na okładzinie dodatniej, drugą okładziną jest elektrolit);
- **poliestrowe - foliowe** (dielektrykiem jest folia poliestrowa);
- **ceramiczne** (dielektrykiem jest specjalna ceramika);
- **powietrzne** (dielektrykiem jest powietrze).

B) kształt okładzin:

- płaski;
- cylindryczny;
- sferyczny;
- izolowany przewodzący przedmiot (ziemia jest drugą okładką).

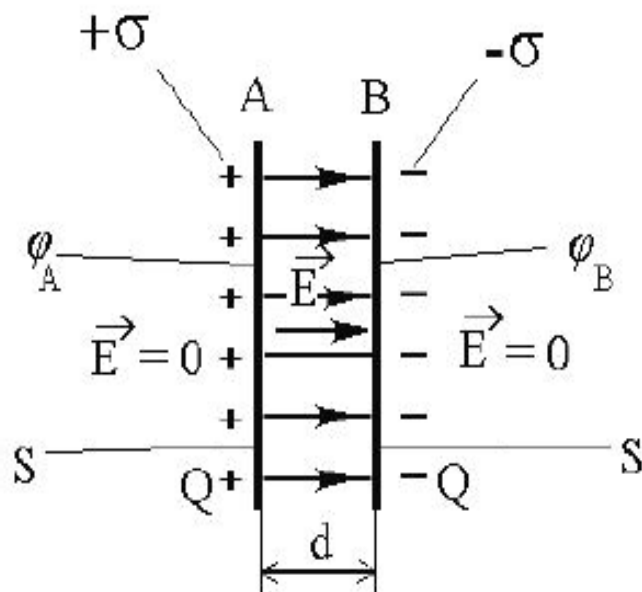


Zdj. Kondensatory stałe różnych typów i pojemnościach. Źródło: pl.wikipedia.org



Rys. Przekrój cylindrycznego kondensatora, źródło: H.R.W. Rys. 26.5, str. 106

WYPROWADZENIE WZORU NA POJEMNOŚCI KONDENSATORA PŁASKIEGO



Można przyjąć, że pole elektryczne kondensatora jest w przybliżeniu równe sumie pól dwóch nieskończonych płaszczyzn, naładowanych różnoimiennie z gęstością powierzchniową $+\sigma$ i $-\sigma$.

Biorąc pod uwagę kierunki pola elektrycznego, Wytworzonego przez ładunki na każdej z okładek można stwierdzić, że na zewnątrz kondensatora całkowite natężenie pola elektrycznego $E = 0$ a między okładkami kondensatora natężenie pola jest dwukrotnie większe, niż w przypadku pojedynczej naładowanej płaszczyzny:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

Rys. Kondensator płaski.

źródło: <http://www.mif.pg.gda.pl/kfze>

Od czego zależy POJEMNOŚĆ kondensatora płaskiego ?

Ponieważ pole elektryczne wewnątrz kondensatora płaskiego jest niemal jednorodne, napięcie $U = \varphi_A - \varphi_B$ między jego okładkami można obliczyć ze wzoru:

$$U = Ed,$$

skąd, uwzględniając poprzedni wzór, otrzymujemy:

$$U = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}.$$

Na podstawie definicji pojemności kondensatora mamy więc:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$[1F] = [1C/1V].$$

✓ Zauważmy, że **pojemność zależy od kształtu okładek, ich rozmiaru i wzajemnego położenia**. Oznacza to, że dla kondensatorów o innej geometrii obowiązują inne wzory. Równanie powyższe obowiązuje dla kondensatora płaskiego znajdującego się w próżni. Zależność pojemności kondensatora od przenikalności elektrycznej ośrodka omówimy później.

ENERGIA KONDENSATORA

Kondensatory magazynują energię w postaci pola elektrycznego. Praca przy umieszczeniu ładunku dq na kondensatorze o napięciu U wynosi:

$$dW = U dq = CU dU$$

Dlatego energia naładowania kondensatora o pojemności C i napięciu U jest równa:

$$E = C \int_0^U U dU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU = \frac{Q^2}{2C}$$

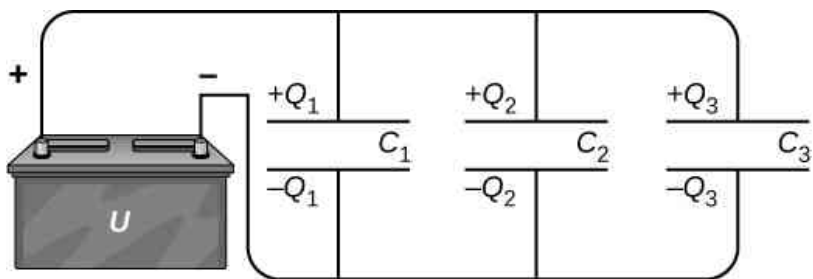
Energia kondensatora jest równa pracy wykonanej przy ładowaniu kondensatora.

Łączenie kondensatorów

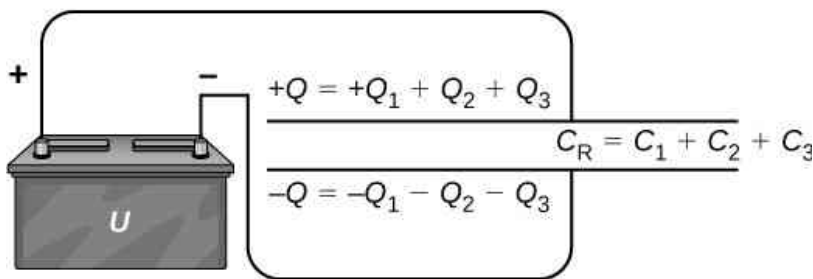
A) Łączenie równoległe kondensatorów

Pojemność zastępcza **układu N równoległe połączonych kondensatorów** jest równa:

$$C_z = \sum_i^N C_i$$



(a)



(b)

Wyprowadzenie wzoru (dla przykładu na rys.):

Włączeniu równoległym całkowity ładunek **Q** jest sumą ładunków na poszczególnych kondensatorach:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (*)$$

Z zależności na pojemność mamy:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{(Lewa strona r-nia *) } L = C_z \cdot U \\ \text{(Prawa strona r-nia *) } P = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U \end{array} \right\} C_z = C_1 + C_2 + C_3$$

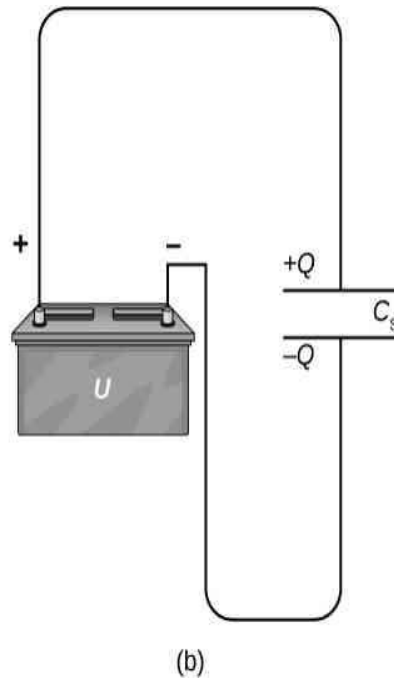
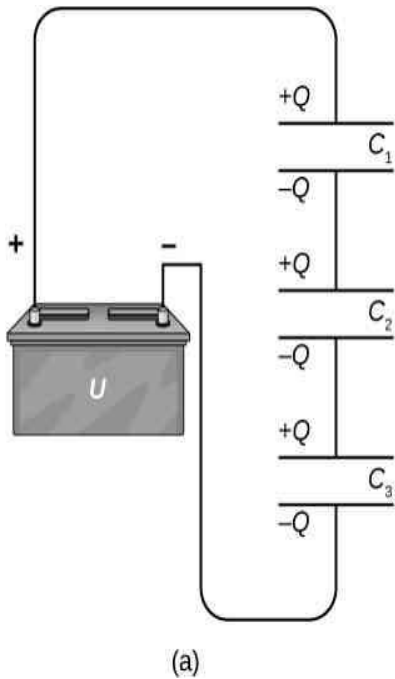
$$C_z = \sum_i^N C_i$$

Wyrażenie to można uogólnić:

B) Łączenie szeregowe kondensatorów

Pojemność zastępcza układu N szeregowo połączonych kondensatorów jest równa:

$$\frac{1}{C_z} = \sum_i^N \frac{1}{C_i}$$



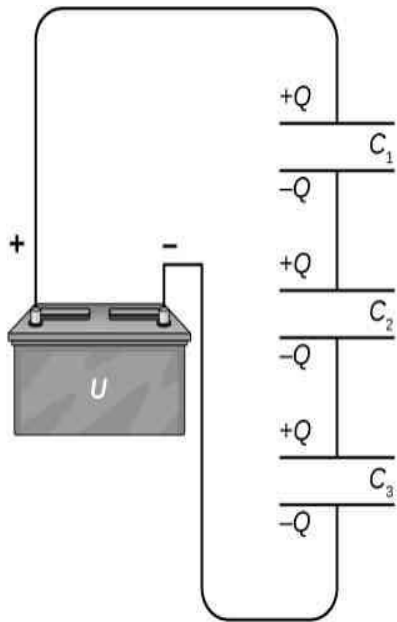
Wyrażenie na pojemność zastępczą układu (rys.) można uzyskać na podstawie analizy napięcia na każdym z kondensatorów:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad (**)$$

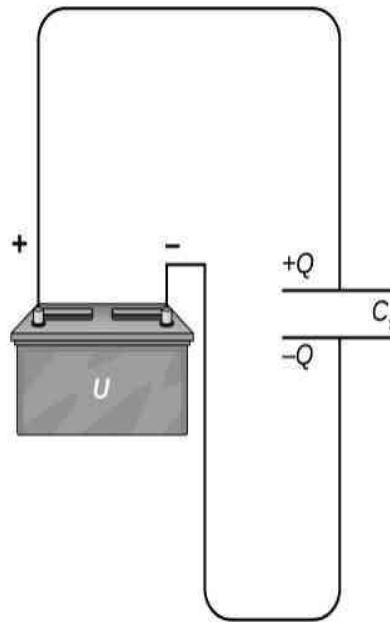
Z zależności na pojemność kondensatora:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

KONDENSATORY- łączenie szeregowe



(a)



(b)

Na kondensatorze zastępczym o ładunku Q pojemność zastępcza C_z :

$$\frac{Q}{C_z} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

Po skróceniu przez ładunek Q otrzymamy wyrażenie na odwrotność pojemności zastępczej:

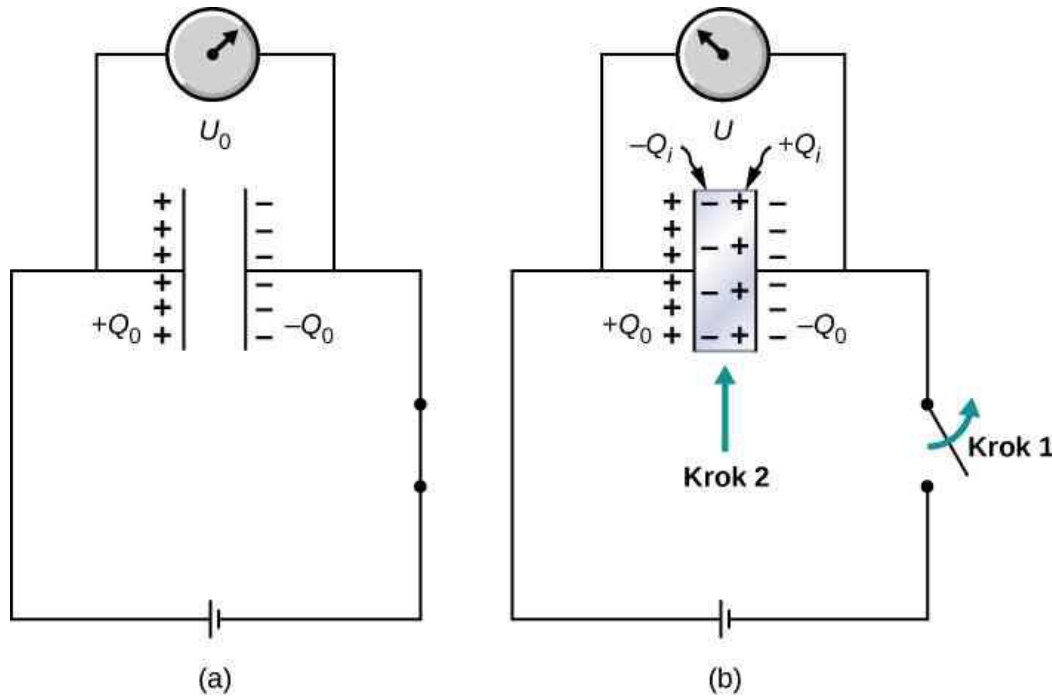
$$\frac{1}{C_z} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Wyrażenie to można uogólnić:

$$\frac{1}{C_z} = \sum_i^N \frac{1}{C_i}$$

KONDENSATOR Z DIELEKTRYKIEM

Obecność dielektryka wpływa na pojemność elektryczną kondensatora.



Napięcie wskazywane przez woltomierz spadnie do wartości U :

$$U = \frac{1}{\epsilon_r} U_0.$$

Pojemność elektryczna kondensatora z dielektrykiem wynosi:

$$C = \frac{Q_0}{U} = \frac{Q_0}{\frac{U_0}{\epsilon_r}} = \epsilon_r \cdot C_0$$

Rys. (a) W pełni naładowany kondensator próżniowy;
(b) Dielektryk o stałej dielektrycznej ϵ_r wsunięto między okładki naładowanego kondensatora. Pomiar woltomierzem wskazuje, że napięcie na kondensatorze spadło do wartości $U = U_0/\epsilon_r$.

Rys. źr.: „Fizyka dla szkół wyższych S. Ling, J. Sanny, W. Moebis

Pojemność elektryczna C_0 kondensatora próżniowego zwiększa się o czynnik ϵ_r .

Dziękuję za uwagę !

